

无线光通信中畸变光强图的数值模拟

万祖阳¹, 王潮泽², 金标¹, 刘尉悦^{1*}

(1. 宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211; 2. 中国科学技术大学 网络空间安全学院, 合肥 230026)

摘要: 为了深入研究大气湍流对光传播的影响, 以大气湍流波前畸变理论和光学成像原理为基础, 利用 Zernike 多项式展开法进行了大气湍流畸变相位图及光强图的数值模拟, 数值模拟值与残差的理论值一致。设置不同的输入参数模拟各种不同大气湍流强度下的畸变相位图、光强图和 Zernike 系数, 在基于深度学习的自适应光学系统中进行了相关测试, 获得了较好的校正效果。

关键词: 无线光通信; 大气湍流; 畸变光强图; Zernike 多项式

中图分类号: TN929.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5561(2022)03-0081-04

DOI: 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2022.03.017

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Numerical simulation of distorted light intensity diagram in freespace optical communication

WAN Zuyang¹, WANG Chaoze², JIN Biao¹, LIU Weiyue^{1*}

(1. School of Electrical Engineering and Computer Science, Ningbo University, Ningbo Zhejiang 315211, China;

2. School of Cyber Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: In order to study the influence of atmospheric turbulence light transmission, according to the theory of atmospheric turbulent wavefront aberrations and the basis of the optical imaging principle, Zernike polynomial expansion method is used to simulate the phase and intensity of atmospheric turbulence distortion, the numerical simulation value is consistent with the residual error of the theoretical value. Different input parameters are set to simulate the distorted phase diagram, light intensity diagram and Zernike coefficient under different atmospheric turbulence intensities, and relevant tests are carried out in the self-adaptive optics system based on deep learning, and good correction effects are obtained.

Key words: freespace optical communication, atmospheric turbulence, distorted light intensity diagram, Zernike polynomial

0 引言

在大气信道中, 由于大气结构本身的复杂性、大气运动的随机性和统计性等特性, 使得光束在传播过程中特别容易被大气湍流干扰, 造成大气折射率起伏, 导致光束出现波前畸变、光强闪烁、光束偏移和到达角的起伏等光学现象^[1-3], 对无线光通信产生严重影响。因此, 研究大气湍流效应具有重要意义。大气湍流

中光传播的方法有 3 种: 理论研究、实验研究和数值模拟研究^[4]。其中, 理论研究因传播路径上湍流均匀性和气象要素均匀性的假设一般不成立, 因此理论结果很难通过严格的实验验证^[5]; 实验研究受各种环境的制约, 不能获得全面的测量结果, 局限性很大^[6]; 数值模拟因其参数可控和统计分析的可实现性, 成为研究大气湍流中光传播最重要的方法。

数值模拟研究的核心是模拟大气湍流畸变相位图, 产生大气湍流畸变相位图的方法主要分为两类: 一类是根据大气湍流的功率谱密度函数得到大气扰动相位, 即功率谱反演法^[7]; 另一类是用正交完备的 Zernike 多项式作为基函数来表示波前相位, 即 Zernike 多项式展开法^[8]。与 Zernike 多项式展开法相比, 功率谱反演法模拟的相位屏结构函数低频部分明显不足, 与理论符合度不高, 因此本文选取 Zernike 多

收稿日期: 2021-11-11。

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LY21F050003)资助。

作者简介: 万祖阳(1997—), 男, 硕士研究生, 现就读于宁波大学信息科学与工程学院电子与通信工程专业, 研究方向为自由空间量子通信技术, 主要从事传统的优化算法、基于深度学习的自适应光学技术的研究工作。

* 通信作者: 刘尉悦(1978—), 男, 博士, 副教授, 研究方向为量子通信与应用。



项式展开法进行数值模拟。文献[9]介绍了大气湍流畸变相位图的数值模拟方法,但未对光束经过大气信道传播后在焦平面和任意离焦平面上成像的畸变光强图做进一步研究。本文采用 Zernike 多项式展开法对光束经过大气信道后在焦平面和离焦平面上成像的畸变光强图进行数值模拟,同时对模拟结果进行验证。

1 大气湍流波前畸变理论和光学成像原理

根据大气湍流理论^[1],瞳平面光场变化主要由相位畸变引起,本文不考虑大气湍流引起的幅度变化。大气湍流波前畸变相位 $\varphi(r, \theta)$ 可以用一系列在单位圆内正交的 Zernike 多项式表示为

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{i=1}^N a_i Z_i(r, \theta) \quad (1)$$

其中, i 是 Zernike 多项式的阶数, r 和 θ 分别为单位圆内任意点的极径和极角, a_i 是第 i 阶 Zernike 多项式的系数, $Z_i(r, \theta)$ 是第 i 阶的 Zernike 多项式。

Zernike 多项式是定义在单位圆上的二维函数,在极坐标下,其具体形式如下:

$$\begin{cases} Z_{\text{even}_i}(r, \theta) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \cos(m\theta), m \neq 0 \\ Z_{\text{odd}_i}(r, \theta) = \sqrt{2(n+1)} R_n^m(r) \sin(m\theta), m \neq 0 \\ Z_i(r, \theta) = \sqrt{(n+1)} R_n^0(r), m=0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $Z_{\text{even}_i}(r, \theta)$ 、 $Z_{\text{odd}_i}(r, \theta)$ 分别为偶数阶 Zernike 多项式和奇数阶 Zernike 多项式, m 、 n 分别为 $Z_i(r, \theta)$ 的角向频数和径向频数, 满足条件 $m \leq n$, $n-|m|$ 为偶数, 且 m 和 n 是 i 的函数, i 、 m 和 n 是整数。

径向函数 $R_n^m(r)$ 的表达式为

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2-s]! [(n-m)/2-s]!} r^{(n-2s)} \quad (3)$$

其中, s 为 $R(r)$ 多项式的索引。

大气湍流波前畸变相位 $\varphi(r, \theta)$ 的任意两阶 Zernike 系数 a_i 、 a_j 之间的协方差表达式^[12]为

$$E(a_i, a_j) = \frac{2.2698 \cdot (-1)^{(nn'-2m)/2} \sqrt{(n+1)(n'+1)} \cdot \delta_z \cdot \Gamma\left[\frac{(n+n'-5)/2}{2}\right] (D/r_0)^{5/3}}{\Gamma\left[\frac{(n-n'+17)/2}{2}\right] \cdot \Gamma\left[\frac{(n'-n+17)/2}{2}\right] \cdot \Gamma\left[\frac{(n+n'+23)/2}{2}\right]} \quad (4)$$

其中, j 为 Zernike 多项式阶数。 n' 为 $Z_j(r, \theta)$ 径向频数, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, D 为透镜直径, r_0 为大气相干长度。

δ_z 表达式为

$$\delta_z = (m=m') \wedge [\text{parity}(i, j) \vee (m=0)] \quad (5)$$

其中, m' 为 $Z_j(r, \theta)$ 角向频数, 当 $m=m'$ 且 i 和 j 具有相同奇偶性或 $m=0$ 时, $\delta_z=1$, 否则为 0。

根据式(4)计算前 i 阶 Zernike 系数向量 $\mathbf{A}$ 的协方差矩阵 $\mathbf{C}$, 先进行对角化处理, 再进行奇异值分解得

$$\mathbf{C} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{X}^T \quad (6)$$

其中, $\mathbf{X}$ 为酉矩阵, $\mathbf{S}$ 为对角矩阵。由于向量 $\mathbf{B} = \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{A}$, 使得向量 $\mathbf{B}$ 的协方差矩阵为对角矩阵, 因此向量 $\mathbf{B}$ 中各元素相互独立, 且是均值为 0、方差为对角矩阵 $\mathbf{S}$ 中对角线各元素的高斯随机变量。于是, $\mathbf{A}$ 可表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{B} \quad (7)$$

最后, 向量 $\mathbf{A}$ 乘以系数 $(D/r_0)^{5/3}$ 得到各阶 Zernike 系数。

将极坐标系下的波前畸变相位 $\varphi(r, \theta)$ 转化为笛卡尔坐标系下的波前畸变相位 $\varphi(x, y)$, 其在焦平面上的成像原理如图 1 所示, 瞳平面上的光场分布为

$$U(x, y) = h(x, y) \cdot e^{-j \cdot \varphi(x, y)} \quad (8)$$

其中, $h(x, y)$ 为无像差的瞳函数。根据夫琅禾费衍射^[13], 焦面上的光场分布 $F(x, y)$ 为瞳平面上光场分布的傅里叶变换, 即

$$F(x, y) = F[U(x, y)] \quad (9)$$

焦面上的光斑强度分布 $I(x, y)$ 为焦面上的光场分布的模长平方, 即

$$I(x, y) = |F(x, y)|^2 \quad (10)$$

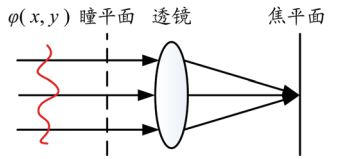


图1 光学成像原理图

2 数值模拟

针对强湍流情况下实验测量分析不准确^[14]的问题, 本文搭建了一个光束经过大气信道后在焦平面及任意离焦平面上成像的畸变光强图的数值模拟系统, 采用 Zernike 多项式展开法进行了大气湍流畸变相位图及光强图的数值模拟。

2.1 模拟系统组成

畸变光强图模拟系统主要由大气湍流模拟模块、波前畸变计算模块和光学成像计算模块组成。与以前的研究系统相比, 本文增加了光学成像计算模块, 能够直接观察大气湍流对光束在焦平面及任意离焦平面上成像的影响。畸变光强图模拟流程图如图 2 所示。

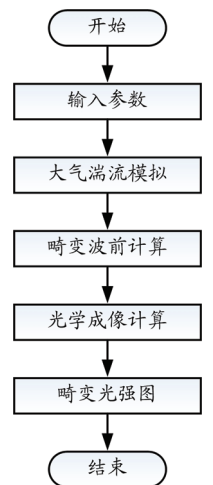


图2 畸变光强图的数值模拟流程图

①大气湍流模拟模块。大气湍流模拟模块用于 Zernike 系数的生成。首先,该模块根据输入的透镜直径 D 、大气相干长度 r_0 以及 Zernike 的阶数 i ,根据式(4)计算 Zernike 系数向量 $A=\{a_1, a_2, \dots, a_i\}$ 的协方差矩阵 C ;然后,对矩阵 C 进行对角化和奇异值分解,得到一组统计独立的向量,向量中的每一项都可以用高斯随机变量模拟;最后,用向量 A 乘以系数 $(D/r_0)^{5/3}$,得到一组大气湍流强度为 D/r_0 的 i 阶 Zernike 系数,且每次输出的 Zernike 系数是随机的。

②波前畸变计算模块。波前畸变计算模块用于大气湍流波前畸变的计算。该模块将大气湍流模拟模块生成的 Zernike 系数及对应的 Zernike 多项式代入式(1)中,通过矩阵相乘得到大气湍流波前畸变相位 $\varphi(r, \theta)$ 。

③光学成像计算模块。光学成像计算模块用于计算波前畸变在焦平面上的成像,得到畸变光强图。该模块根据输入的大气湍流波前畸变相位 $\varphi(r, \theta)$ 将其转化为笛卡尔坐标系下的相位 $\varphi(x, y)$,采用几何光学光线追迹方法计算存在波前畸变相位 $\varphi(x, y)$ 的平面波,根据直径为 D 的透镜在几何焦平面上的聚焦光斑强度分布和傅里叶变换(FFT)计算得到大气湍流畸变光强图。

2.2 波前畸变数值模拟的验证

模拟的大气湍流波前畸变遵循 Kolmogorov 湍流模型^[5],可以用波前畸变的残差作为判断模拟畸变相位图正确与否的标准。TYSON R K^[10]给出了不同情况下残差的理论值,其模拟波前畸变校正前 k 阶 Zernike 系数后的残差 σ_k 定义为

$$\sigma_k = \sum_{t=k}^i a_t^2 \quad (11)$$

其中, $k=1, 2, \dots, i$; a_t 为第 t 阶的 Zernike 系数。

本文根据式(11)计算了依次校正前 k 阶 Zernike 系数后模拟波前畸变的残差值,与理论值进行对比,其结果如图 3 所示。可以看出,模拟波前畸变的残差值与理论值的平均误差不超过 3%,表明基于 Zernike 多项式展开法模拟的波前畸变和理论值是一致的。

3 模拟结果分析与应用

大气湍流畸变相位图及光强图数值模拟中,光学成像计算模块的参数如表 1 所示。通过设置不同的输入参数分别模拟了无大气湍流和 $D/r_0=10$ 、 $D/r_0=20$ 这 2 种不同大气湍流强度下的畸变相位图和光强图,结果如图 4~图 6 所示。其中, D 在每次模拟中是固定的,仅改变 r_0 的大小, r_0 越大,湍流越弱。从图 4 可以看出,

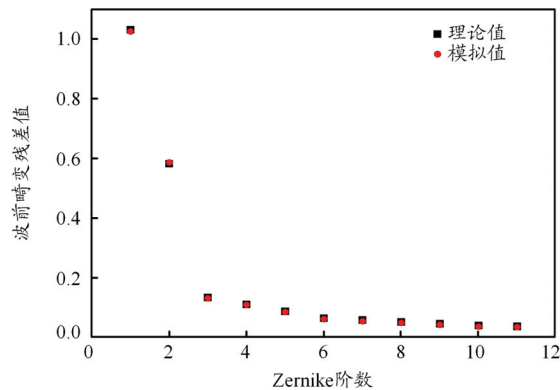


图 3 残差的模拟值与理论值比较

表 1 光学成像计算模块的参数配置

参数名称	参数值	参数名称	参数值
波长/nm	780	焦距/m	1
透镜直径/mm	13	FFT 长度/位	2048
成像面尺寸/mm ²	0.172×0.172	成像分辨率/pixel	128×128

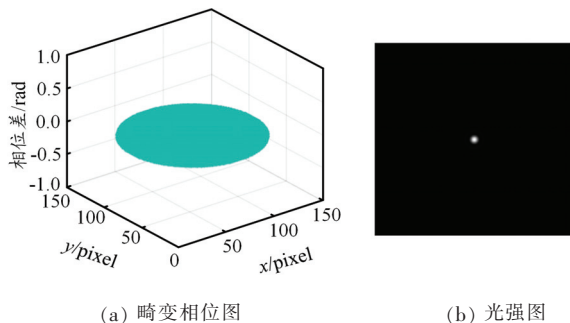


图 4 无湍流时的畸变相位图和光强图

相位差为零,光斑是一个完整的艾里斑,光斑清晰且能量分布集中;从图 5(a)、图 6(a)可以看出, $D/r_0=10$ 时的相位差为 $-5 \sim 8$ rad, $D/r_0=20$ 时的相位差为 $-13 \sim 15$ rad,说明随着大气湍流强度的增大,其对应的相位差也逐渐增大;从图 5(b)、图 6(b)可以看出,引入大气湍流之后光斑出现了明显漂移、能量分布不均匀,且随着大气湍流强度的增大,光斑边缘越来越模糊,发散程

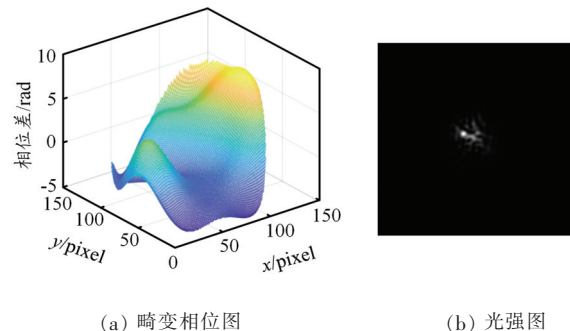


图 5 $D/r_0=10$ 的畸变相位图和光强图

万祖阳,王潮泽,金标,等:无线光通信中畸变光强图的数值模拟

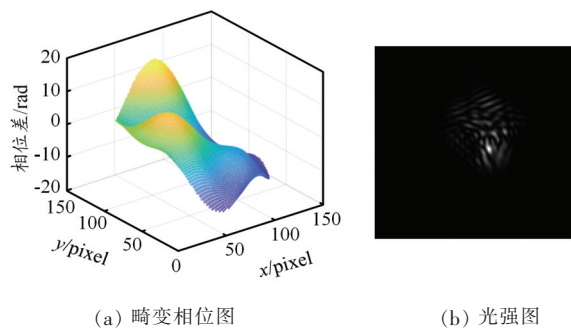


图6 $D/r_0=20$ 的畸变相位图和光强图

度越来越大,与实际现象相符。

本文利用数值模拟,为基于深度学习的自适应光学波前校正系统提供了神经网络^[16]训练及测试需要用到的畸变光强图和 Zernike 系数。该波前校正系统用于解决大气湍流对无线光通信系统中光传播的影响,提高无线光通信的质量。对训练收敛之后的模型进行测试,其对畸变光强图的校正效果如图 7 所示。可以看出,校正后光束能量分布集中,相位畸变明显减小,数值模拟生成的畸变光强图和 Zernike 系数可以在自适应光学系统中工作。

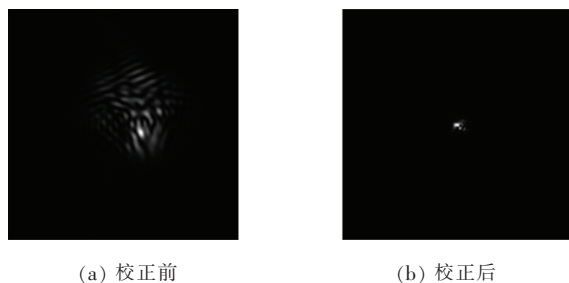


图7 $D/r_0=20$ 时畸变光强图的校正结果

4 结束语

本文搭建了一个光束经过大气信道后在焦平面及任意离焦平面上成像的畸变光强图的数值模拟系统,可将其应用于自适应光学波前校正系统中解决大气湍流对光传播的影响。首先,通过设置不同的输入参数来模拟各种不同大气湍流强度下的 Zernike 系数;然后,根据 Zernike 系数及其对应的 Zernike 多项式计算出波前畸变;最后,根据傅里叶变换操作得出畸变光强图。对比了数值模拟系统生成的波前畸变残差值与理论值,两者平均误差不超过 3%,说明模拟生成的波前畸变与理论结果一致。同时,依据数值模拟生成的畸变光强图和 Zernike 系数,在基于深度学习

的自适应光学系统中进行了相关测试,获得了较好的校正效果。这不仅为研究大气湍流对无线光通信系统中路径损耗问题提供了重要参考,也为后续开展自适应光学相关工作提供了真实可靠的模拟数据。

参考文献:

- [1] ANTHONISAMY A BR, DURAIRAJ P, PAUL L J. Performance analysis of free space optical communication in open-atmospheric turbulence conditions with beam wandering compensation control [J]. IET Communications, 2016, 10(9): 1096–1103.
- [2] WYNGAARD J C. Atmospheric turbulence[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1992, 24(1): 205–234.
- [3] ZHU X, KAHN J M. Free-space optical communication through atmospheric turbulence channels [J]. IEEE Transactions on communications, 2002, 50(8): 1293–1300.
- [4] 饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [5] TATEIBA M. Theoretical study on wave propagation and scattering in random media and its application [J]. IEICE transactions on electronics, 2010, 93(1): 3–8.
- [6] ANDREWS L C. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE, 2005.
- [7] ZHILU Z, DONGMEI C, PENG J, et al. Fast simulation for high precision atmospheric turbulence phase screen based on power spectrum [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017(2): 79–87.
- [8] KHORIN P A. Analysis wavefront propagating in free space based on the Zernike polynomials and Gauss-Laguerre modes expansion [C]//IOP. Proceedings of The IV International Conference on Information Technology and Nanotechnology, Samara: IOP, 2018: 012104-1–012104-9.
- [9] 翟超, 武凤, 杨清波, 等. 自由空间光通信中大气光束传输数值模拟研究[J]. 中国激光, 2013(5): 162–167.
- [10] TYSON R K. Principles of adaptive optics[M]. Boca Raton: CRC press, 2015.
- [11] NOLL R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. JOsA, 1976, 66(3): 207–211.
- [12] RODDIER N A. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials[J]. Optical Engineering, 1990, 29(10): 1174–1180.
- [13] COLLINGS N. Fourier optics in image processing [M]. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [14] LUKIN V P, FORTES B V. Phase correction of an image turbulence broadening under conditions of strong intensity fluctuations[C]//SPIE. Proceedings of Propagation and Imaging through the Atmosphere III. International Society for Optics and Photonics, Denver: SPIE, 1999, 3763: 61–72.
- [15] BIRNIR B. The Kolmogorov-Obukhov statistical theory of turbulence [J]. Journal of Nonlinear Science, 2013, 23(4): 657–688.
- [16] WANG M, GUO W, YUAN X. Single-shot wavefront sensing with deep neural networks for free-space optical communications [J]. Optics Express, 2021, 29(3): 3465–3478.