

引用本文:金兆祥,宋芝依,陈建飞,等.基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法[J].光通信技术,2023,47(3):18-22.

基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法

金兆祥,宋芝依,陈建飞,张胜*

(南京邮电大学 电子与光学工程学院、柔性电子(未来技术)学院,南京 210023)

摘要:针对大气湍流干扰下的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正研究场景单一的问题,提出了基于盖师贝格-塞克斯顿(GS)算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法,采用功率谱反演法得到各向异性大气湍流相位屏,并仿真分析了异号拓扑、同号拓扑2种多贝塞尔高斯光束在3种不同大气湍流折射率结构常数影响下的畸变波前校正情况。仿真结果表明:该方法对2种多贝塞尔高斯光束在校正后的目标轨道角动量(OAM)模式纯度均能提高12%以上,OAM谱的弥散也能得到有效抑制。

关键词:多贝塞尔高斯光束;轨道角动量;大气湍流;盖师贝格-塞克斯顿算法;波前校正

中图分类号:TN929.12 **文献标志码:**A **文章编号:**1002-5561(2023)03-0018-05

DOI:10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2023.03.003

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Distorted wavefront correction method of multi Bessel Gaussian beam based on GS algorithm

JIN Zhaoxiang, SONG Zhiyi, CHEN Jianfei, ZHANG Sheng*

(School of Electronics and Optical Engineering, School of Flexible electronics,
Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: Aiming at the problem that the research scene of multi Bessel Gaussian beam distorted wavefront correction under atmospheric turbulence interference is single, a multi Bessel Gaussian beam distorted wavefront correction method based on Gerchberg-Saxton(GS) algorithm is proposed, and the anisotropic turbulence phase screen is obtained by using the power spectrum inversion method. The distorted wavefront correction of two kinds of multi Bessel Gaussian beam with different sign topology and the same sign topology under the influence of three different atmospheric turbulence refractive index structure constants is simulated and analyzed. The simulation results show that the purity of the target orbital angular momentum (OAM) mode of the two kinds of multi Bessel Gaussian beam after correction can be improved by more than 12%, and the dispersion of OAM spectrum can also be effectively suppressed.

Key words: multi Bessel Gaussian beam, orbital angular momentum, atmospheric turbulence, Gerchberg-Saxton algorithm, wavefront correction

0 引言

1992年,ALLEN L等人^[1]通过实验证明了波面呈螺旋相位分布的拉盖尔-高斯光束具有轨道角动量(OAM),这种具有OAM的光束被称为涡旋光束。涡旋

光束表达式中带有相位因子 $\exp(-il\varphi)$,其中 i 表示虚数单位, φ 表示光束空间方位角, l 表示涡旋光束所携带的拓扑荷数。理论上,单个光子中 l 的取值可以为任意整数,且具有不同 l 的涡旋光束相互正交^[1]。利用这一特性进行信息传输,可以提高信道容量和频谱效率。

贝塞尔高斯光束是一种具有无衍射特性和自恢复特性^[2-3]的涡旋光束。不同振幅、不同阶数的多个单贝塞尔高斯光束叠加构成多贝塞尔高斯光束^[4],多贝塞尔高斯光束比单贝塞尔高斯光束携带更多的信息容量。凭借这一优势,多贝塞尔高斯光束可以应用在自由空间光(FSO)通信系统中以增加系统容量。但是,在实际应用中大气折射率的随机变化会造成涡旋光

收稿日期:2022-07-23。

基金项目:国家自然科学基金项目(61601237)资助。

作者简介:金兆祥(1997—),男,硕士研究生,现就读于南京邮电大学电子与光学工程学院、柔性电子(未来技术)学院,主要研究方向为自由空间光通信技术。硕士期间曾获得研究生电子设计竞赛华东省二等奖,参与了毫米波综合孔径辐射计近场成像项目。

*通信作者:张胜(1963—),男,博士,教授,主要研究方向为信号检测、嵌入式应用、智能信息处理。



束的 OAM 谱弥散,进而系统导致误码率增大^[5-6]。因此,为了有效地降低大气湍流带来的影响,需要对自由空间中传输的多贝塞尔高斯光束的波前进行补偿校正。2015 年,XIE G D 等人^[7]提出了基于泽尼克多项式的随机并行梯度下降(SPGD)算法用于校正畸变的涡旋光束,该算法能较好地校正多路涡旋光束,并能大幅提升涡旋光束的纯度,但是作者只针对由多个非负拓扑荷单贝塞尔高斯光束叠加形成的多贝塞尔高斯光束进行了研究。2016 年,北京理工大学付时尧等人^[8]提出一种利用基模高斯作为探测光束与盖斯贝格-塞克斯顿(GS)相位恢复算法相结合的涡旋光束预校正方案,该方案对于单个或复合拉盖尔高斯光束有较好的校正效果,但是该团队只针对弱湍流强度情况进行了研究。

基于此,本文提出一种基于 GS 算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法,采用功率谱反演方法得到各向异性大气湍流相位屏^[9],并研究 3 种不同湍流强度干扰下 GS 相位恢复算法对多贝塞尔高斯光束畸变波前校正的情况。

1 基本原理

1.1 多贝塞尔高斯光束原理

在柱坐标系下,单束贝塞尔高斯光束在源平面处的场强^[10]满足

$$U(r, L) = A J_n(\beta r) \exp(-in\varphi) \exp(-k\alpha r^2) \quad (1)$$

其中, r 为极坐标中的径向参数, L 为传输距离, A 为常量, $J_n(\cdot)$ 为 n 阶贝塞尔函数, β 为贝塞尔高斯光束中的横向波数(贝塞尔宽度)。 k 为波数, $k=2\pi/\lambda_0$, λ_0 为光源的波长; α 为高斯光束参数, $\alpha=1/kw_0^2+i/2F_0$, w_0 为光束的束腰半径(高斯宽度), F_0 为与波源焦距相关的参数,在准直波束状态下 $F_0=\infty$ 。多束同轴的单贝塞尔高斯光束可以合成多贝塞尔高斯光束,多贝塞尔高斯光束的波源^[11]在柱坐标系下可以表示为

$$U(r, \varphi) = \sum_{n=N_1}^{N_2} A_n J_n(\beta r) \exp(-in\varphi) \exp(-k\alpha r^2) \quad (2)$$

其中, A_n 为子波束的振幅, n 既是贝塞尔函数的阶数也是贝塞尔高斯光束的 OAM 模式值, φ 为涡旋光束空间方位角。

将多贝塞尔高斯光束表达式^[12]代入广义惠更斯菲涅尔原理的积分式^[13]中,可求得多贝塞尔高斯光束在湍流中的平均强度^[4]。

1.2 功率谱反演法模拟多层随机相位屏

采用多层随机相位屏法模拟涡旋光束在大气湍流中的传播,可以得到光束的强度演化特性。符合 Von Karman 湍流模型的功率谱密度函数^[14]表示为

$$\Phi_n(k) = 0.033 C_n^2 \frac{\exp(k^2 + k_m^2)}{(-k^2/k_0^2)^{11/6}}, 0 \leq k \leq \infty \quad (3)$$

其中, C_n^2 是大气折射率结构常数; $k_m=5.92/l_0$, $k_0=2\pi/L_0$, l_0 和 L_0 分别表示大气湍流的内尺度和外尺度。

本文对一个复高斯随机数矩阵使用 Von Karman 湍流模型的折射率功率谱密度函数进行滤波,经快速傅里叶变换(FFT)可以得到大气扰动相位(湍流屏)。其中,相位功率谱 $\Phi_\phi(k_x, k_y, z)$ 与折射率功率谱 $\Phi_n(k_x, k_y, z)$ 之间的关系^[15]可以表示为

$$\Phi_\phi(k_x, k_y, z) = \Phi_n(k_x, k_y, z) \times 2\pi k^2 \Delta z \quad (4)$$

其中, k_x, k_y 表示波数在 x 轴和 y 轴上面的分量, z 表示 z 轴方向;相位屏之间的间隔用 $\Delta z (L_0 < \Delta z < l_0^2)$ 表示。使用折射率功率谱密度函数对 a_R 进行滤波, $a_R = A_R + iB_R$, A_R, B_R 是实部和虚部均值皆为 0、方差为 1 的高斯随机数,可以得到二维频域复随机相位场^[16]为

$$\tilde{\Phi}(k_x, k_y) = a_R \sqrt{\Phi_\phi(k_x, k_y, z)} \quad (5)$$

空域复高斯随机相位场 $\phi(x, y)$ 可由频域复随机相位场逆快速傅里变换(IFFT)^[15]得到

$$\phi(j\Delta x, l\Delta y) = \sum_{m=0}^{N_x} \sum_{n=0}^{N_y} a_R \sqrt{\Delta k_x \Delta k_y} \times \sqrt{\Phi_\phi(m\Delta k_x, n\Delta k_y)} \exp \left[i2\pi \left(\frac{jm}{N_x} + \frac{ln}{N_y} \right) \right] \quad (6)$$

其中, j 和 l 表示复高斯随机数矩阵 $\phi(j\Delta x, l\Delta y)$ 的第 j 行第 l 列, Δx 和 Δy 分别为 x 和 y 方向上采样点的间距, N_x 和 N_y 分别为 x 和 y 方向上设置的采样点数。 $\Delta k_x, \Delta k_y$ 分别为 x 和 y 方向上谱空间栅格的间距, $\Delta k_x = 2\pi/D_x$ 和 $\Delta k_y = 2\pi/D_y$; D_x 为相位屏在 x 方向上的长度, $D_x = N_x \Delta x$; D_y 为相位屏在 y 方向上的长度, $D_y = N_y \Delta y$; m, n 为自然数。

由于取样的网格点有限,因此会导致仿真后随机相位屏的低频成分丢失。为了得到较准确的仿真结果,文献[17]采用补充低频成分的方法得到多层随机相位屏模拟涡旋光束在大气湍流中的传输图,如图 1 所示。从多贝塞尔高斯光束的源平面开始,将随机相位屏作为扰动相位作用于光场,光束在自由空间传输距离 Δz 后到达下一个相位屏前。

金兆祥,宋芝依,陈建飞,等:基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法

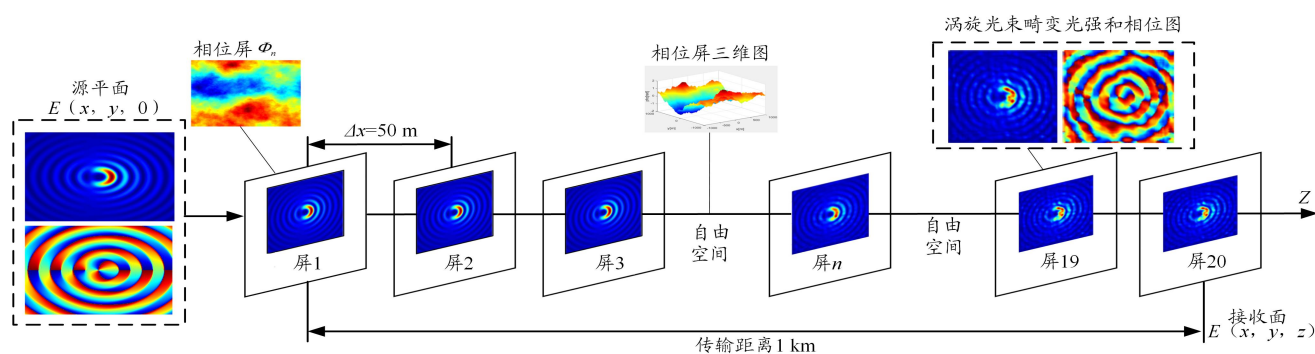


图1 多层随机相位屏模拟涡旋光束在大气湍流中的传输图

2 基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法

本文基于GS算法通过输入、输出平面上的光场光强分布来得到所需相位分布^[18]。在该算法中,已知多贝塞尔高斯光束在源平面的振幅和相位以及失真后的多贝塞尔高斯光束振幅,通过多次迭代运算后即可得到需要的相位分布。图2是基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法流程图。

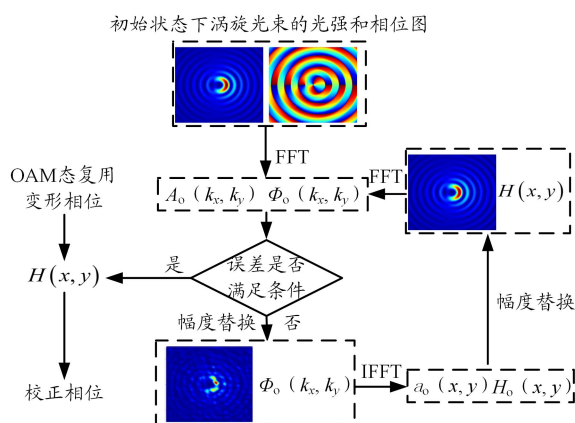


图2 基于GS算法的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正方法流程图

根据式(7)^[19]确定迭代计算出的畸变相位 $H(x, y)$ 为

$$F\{e^{iH(x,y)}\} = A_0\{k_x, k_y\} e^{i\Phi_0(k_x, k_y)} \quad (7)$$

其中, $A_0\{k_x, k_y\}$ 为多贝塞尔高斯光束经过FFT后的幅度,是GS算法迭代的主要参数; $\Phi_0(k_x, k_y)$ 为多贝塞尔高斯光束经过FFT后的相位。波前校正方法具体流程如下:

1)初始化一束多贝塞尔高斯光束作为参考光,计算得出其幅度和相位函数。

2)参考光经过FFT后计算其幅度谱 $A_0(k_x, k_y)$ 和相位谱 $\Phi_0(k_x, k_y)$ 。

3)用畸变多贝塞尔高斯光束的幅度谱替换 $A_0(k_x, k_y)$,再将相位谱 $\Phi_0(k_x, k_y)$ 与畸变多贝塞尔高斯光束

的幅度谱组合成新的函数,通过IFFT得到光束的空域幅度 $a_0(x, y)$ 和畸变相位 $H_0(x, y)$ 。

4)用参考光的幅度代替 $a_0(x, y)$,再与 $H_0(x, y)$ 形成新函数,经过FFT即可得到下次计算的初始光函数。若不满足误差条件则继续进行上述的迭代计算;若满足误差条件则跳出迭代计算,此时可得到迭代计算出的畸变相位 $H(x, y)$ 。

5)将多贝塞尔高斯光束经过大气湍流后的畸变相位与迭代计算出的畸变相位相减即可得到最终的校正相位。

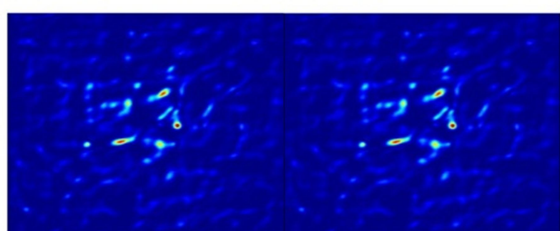
3 仿真结果与讨论

本文基于多层随机相位屏法对多贝塞尔高斯光束在各项异性湍流大气中的强度分布进行仿真研究。参数设置为:贝塞尔宽度 $\beta=250 \text{ m}^{-1}$,高斯宽度 $w_0=0.02 \text{ m}$,波长 $\lambda=1550 \text{ nm}$,传输距离 $L=1000 \text{ m}$,湍流内尺度 $l_0=0.01 \text{ m}$,湍流外尺度 $L_0=10 \text{ m}$,相位屏尺寸 $D_x=D_y=2 \text{ m}$,采样点数 $N_x=N_y=512$,每层相位屏之间的间距 $\Delta z=50 \text{ m}$ 。

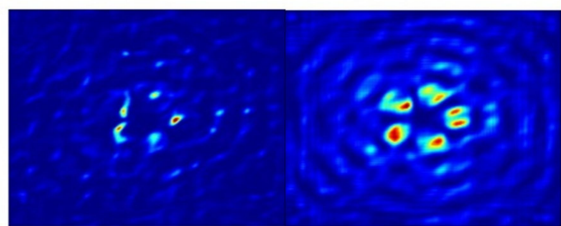
3.1 异号拓扑荷单贝塞尔高斯光束叠加形成的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正分析

图3是2束携带异号拓扑荷($l_1=+3, l_2=-2$)的单贝塞尔高斯光束构成的多贝塞尔高斯光束,经3种不同强度的大气湍流传输校正前后的光强对比图。可以看出,经过校正后的多贝塞尔高斯光束的光强图更清晰,更加有利于解析该光束的OAM模式。

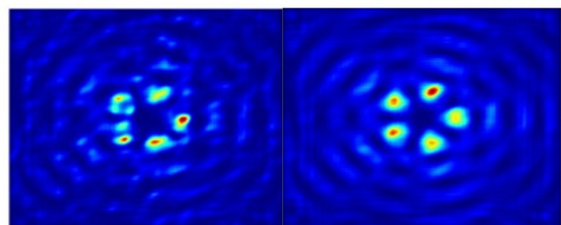
图4为异号拓扑荷的多贝塞尔高斯光束,经3种不同强度的大气湍流传输校正前后的OAM谱。可以看出,当 $C_n^2=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-23}$ 时,异号拓扑荷的单贝塞尔高斯光束叠加形成的多贝塞尔高斯光束校正前目标OAM的纯度分别为17%和19%,校正后目标OAM的纯度分别提升至30%和32%;当 $C_n^2=5 \times 10^{-14} \text{ m}^{-23}$ 时,校正前目标OAM的纯度分别为28%和25%,校正后目标OAM



(a) $C_n^2=1\times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$



(b) $C_n^2=5\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$



(c) $C_n^2=1\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

图3 异号拓扑荷在不同大气湍流强度下畸变波前校正前(左)后(右)的光强对比

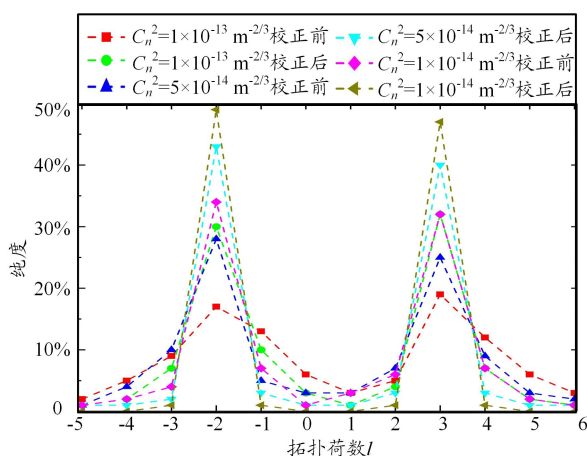


图4 $l_1=+3$ 和 $l_2=-2$ 时,不同大气湍流强度下畸变波前校正前后 OAM 谱

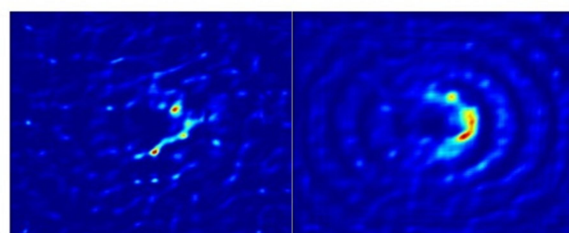
的纯度分别提升至 43%和 40%;当 $C_n^2=1\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时,校正前目标 OAM 模式的纯度分别为 34%和 32%,校正后目标 OAM 模式的纯度分别提升至 49%和 47%。根据上述实验结果可知,本文所提出的校正方法在异号拓扑荷单贝塞尔高斯光束叠加的情况下可以将 OAM 模式的纯度提高 13%~15%。在 $C_n^2=1\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 情

况下,校正前 $l_1=+3$ 左右两侧(拓扑荷数为+2 和+4) OAM 模式的纯度分别为 5%和 12%, $l_2=-2$ 左右两侧(拓扑荷数为-3 和-1) OAM 模式的纯度分别为 9%和 13%;经过校正, $l_1=+3$ 左右两侧 OAM 模式的纯度分别为 4%和 7%, $l_2=-2$ 左右两侧 OAM 模式的纯度分别为 7%和 10%。因此,本文所提出的方法能明显抑制 OAM 谱的弥散。

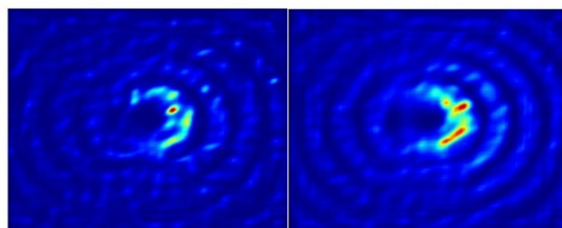
3.2 同号拓扑荷单贝塞尔高斯光束叠加形成的多贝塞尔高斯光束畸变波前校正分析

图 5 是 2 束携带同号拓扑荷数($l_1=+3$ 、 $l_2=+2$)的单贝塞尔高斯光束构成的多贝塞尔高斯光束,经 3 种不同强度的大气湍流传输校正前后的光强对比图。可以看出,经过校正后,多贝塞尔高斯光束的光强图更清晰,更加有利于解析该光束的 OAM 模式。

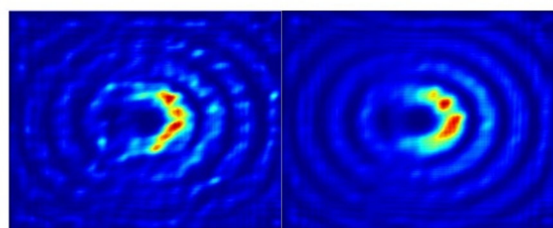
图 6 为同号拓扑荷多贝塞尔高斯光束经 3 种不同强度的大气湍流传输校正前后的 OAM 谱。可以看出,当 $C_n^2=1\times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 时,同号拓扑荷单贝塞尔高斯



(a) $C_n^2=1\times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$



(b) $C_n^2=5\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$



(c) $C_n^2=1\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

图5 同号拓扑荷在不同大气湍流强度下畸变波前校正前(左)后(右)光强对比

金兆祥,宋芝依,陈建飞,等:基于GS算法的多贝塞尔高斯光束波前校正方法

光束叠加形成的多贝塞尔高斯光束校正前目标 OAM 模式的纯度分别为 15% 和 16%, 校正后目标 OAM 模式的纯度分别提升至 27% 和 29%; 在大气湍流折射率结构常数 $C_n^2=5\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时,校正前目标 OAM 模式的纯度分别为 24% 和 21%, 校正后目标 OAM 模式的纯度分别提升至 39% 和 37%; 在大气湍流折射率结构常数 $C_n^2=1\times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时,校正前目标 OAM 模式的纯度分别为 32% 和 33%, 校正后目标 OAM 模式的纯度分别提升至 47% 和 46%。从上述实验结果可知,本文所提出的方法在同号拓扑荷单贝塞尔高斯光束叠加情况下可以将 OAM 模式的纯度至少提高 12%。在大气湍流折射率结构常数 $C_n^2=1\times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 情况下,校正前拓扑荷数为+4 的 OAM 模式的纯度为 15%, 拓扑荷数为+1 的 OAM 纯度为 13%; 经过校正,拓扑荷数为+4 的 OAM 模式的纯度为 9%, 拓扑荷数为+1 的 OAM 模式的纯度为 1%。因此,该方法也较好地抑制了 OAM 谱的弥散。

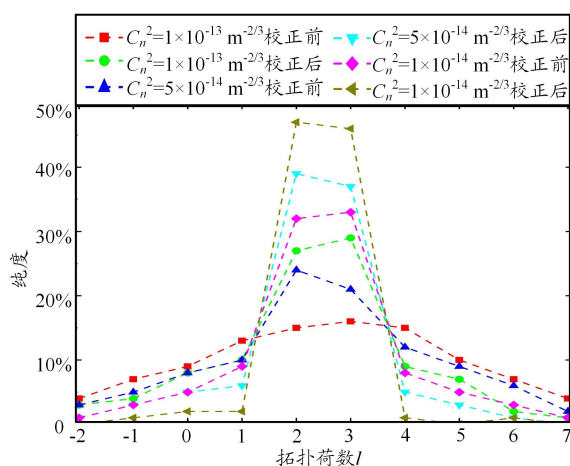


图6 $l_1=+3$ 和 $l_2=+2$ 时
不同大气湍流强度下畸变波前校正前后 OAM 谱

4 结束语

本文采用功率谱反演法,产生各向异性大气湍流随机多层相位屏,仿真分析了同号拓扑荷叠加和异号拓扑荷叠加的 2 种多贝塞尔高斯光束在 3 种不同大气湍流强度影响下的畸变波前情况,并采用了 GS 算法对其进行校正。仿真结果表明:在不同湍流强度下,GS 算法对同号拓扑荷叠加和异号拓扑荷叠的 2 种多贝塞尔高斯光束的畸变波前恢复都较为显著,且多贝塞尔高斯光束在校正后,光束中的目标 OAM 模式的纯度都得到了较大提升,校正后的 OAM 谱弥散得到了有效抑制。

参考文献:

- [1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, et al. Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre Gaussian Laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185–8189.
- [2] DURNIN J, MICELI J J, EBERLY J. Diffraction-free beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(15): 1499–1501.
- [3] MCLAREN M, MHLANGA T, PADGETT M, et al. Self-healing of quantum entanglement after an obstruction [J]. Nature Communications, 2014, 5(1): 3248–3255.
- [4] WANG W, WU Z, SHANG Q, et al. Propagation of multiple Bessel Gaussian beams through weak turbulence [J]. Optics Express, 2019, 27(9): 12780–12793.
- [5] REN Y X, HUANG H, XIE G D, et al. Atmospheric turbulence effects on the performance of a freespace optical link employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Optics Letters, 2013, 38: 4062–4065.
- [6] MALIK M, SULLIVAN M, RODENBURG B, et al. Influence of atmospheric turbulence on optical communications using orbital angular momentum for encoding[J]. Optics Express, 2012, 20: 13195–13200.
- [7] XIE G D, REN Y X, HUANG H, et al. Phase correction for a distorted orbital angular momentum beam using a Zernike poly-nomials-based stochastic-parallel-gradient-descent algorithm [J]. Optics Letters, 2015, 40(7): 1197–1200.
- [8] FU S Y, ZHANG S K, WANG T L, et al. Pre-turbulence compensation of orbital angular momentum beams based on a probe and the Gerchberg-Saxton algorithm[J]. Optics Letters, 2016, 41(14): 3185–3188.
- [9] XU N H. The random value of two phase modulation reconstruction of complex wave front[D]. Beijing: Tsinghua University, 2009.
- [10] GORI F, GUATTARI G, PADOVANI C. Bessel-Gauss beams [J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491–495.
- [11] EYYUBOĞLU H T, HARDALAÇ F. Propagation of modified Bessel-Gaussian beams in turbulence[J]. Optics & Laser Technology, 2008, 40(2): 343–351.
- [12] EYYUBOĞLU H T, ESERMUTLUBAYKAL Y, CAI Y, et al. Intensity fluctuations in J-Bessel Gaussian beams of all orders propagating in turbulent atmosphere[J]. Applied physics B, 2008, 93(2–3): 605–611.
- [13] EYYUBOĞLU H T. Propagation of higher order Bessel-Gaussian beams in turbulence[J]. Applied Physics B, 2007, 88(2): 259–265.
- [14] OU J, JIANG Y, HE Y. Intensity and polarization properties of elliptically polarized vortex beams in turbulent atmosphere [J]. Optics & Laser Technology, 2015, 67: 1–7.
- [15] 李玉杰, 朱文越, 饶瑞中. 非 Kolmogorov 大气湍流随机相位屏模拟[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(12): 169–176.
- [16] 饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [17] LANE R G, GLINDEMANN A, DAINTY J. Simulation of a Kolmogorov phase screen[J]. Waves in Random Media, 1992, 2(3): 209–224.
- [18] FIENUP J R. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758–2769.
- [19] JESACHER A, SCHWAIGHOFER A, FRHAPTER S. Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image [J]. Optics Express, 2007, 15(9): 5801–5808.