

LT码固定度分布函数的设计与优化

滕井赛¹,金红军²,赵怀松²

(1.杭州电子科技大学 电子信息学院,杭州 310018; 2.中国电子科技集团公司 第五十研究所,上海 200331)

摘要:LT码作为一种新型的无码率信道编码技术,能够适应复杂多变的大气湍流信道,其中度分布是LT码设计的关键。提出了一种新型固定度分布函数的构造方法。仿真结果表明:当码长 K 取任意数量时,相同译码开销下其译码成功率明显要优于泊松度分布函数,且保留了泊松度分布编译码复杂度为 $O(K)$ 的特点。

关键词:LT码; 固定度分布; 译码开销; 编译码复杂度

中图分类号:TN914 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-5561(2019)07-0059-04

DOI:10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2019.07.014

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Design and optimization of LT code in fixed degree distribution function

TENG Jingsai¹, JIN Hongjun², ZHAO Huaisong²

(1. Department of Electronic Information engineering,

Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China; 2. The 50th Research Institute of CETC, Shanghai 200331, China)

Abstract: LT code, as a new codeless channel coding technology, can adapt to the complex and changeable atmospheric turbulence channel, in which the degree distribution is the key of LT code design. This paper presents a new method to construct the fixed degree distribution function. Simulation results show that the decoding success rate under the same decoding overhead is obviously better than the poisson degree distribution function when the code length K is taken as an arbitrary number, and the feature of the complexity of the decoding of the poisson degree distribution is retained $O(K)$.

Key words: LT code; fixed degree distribution; decoding overhead; coding and decoding complexity

0 引言

自由空间光通信(FSO)具有容量大、带宽高和保密性好等优点,已逐渐成为通信行业的研究热点。然而,激光信号在传输过程中容易受到大气湍流效应的影响,从而导致FSO质量严重下降。信道编码作为通信纠错的重要手段,可以检测并纠正在自由空间传输过程中产生的错误信号。LT码作为一种新的信道编码技术,由于其无码率的特性,能够应用于复杂多变的大气湍流信道通信中。

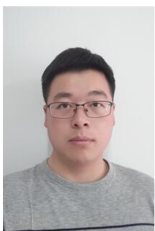
2002年,Luby首次提出了实用可变码率的LT

码,LT码编码算法简单,译码开销也相对较小。度分布函数的设计是影响LT码性能的关键。Luby根据其丰富的理论成果,在大量实验的基础上提出了2种实用度分布函数:理想孤波分布(ISD)和鲁棒孤波分布(RSD)函数^[1]。ISD函数在理论上具有良好的性能,然而在实际应用中可能出现不存在度为1的情况而导致译码中断,于是在此基础上Luby提出了RSD函数,保证了译码过程中生成足够多的度为1的编码分组。RSD虽然在编译码的性能上表现优异,但是其平均度数却随着编码长度 K 的增大而增加,导致编译码复杂度较高。于是,Shokrollahi给出了一种具体的泊松度分布,其平均度数为5.87^[2],降低了编译码的复杂度。

为进一步提高LT码的编译码性能,度分布优化方面已有一些研究成果。文献[3]结合泊松分布和RSD提出了泊松鲁棒孤波分布(PRSD),其编译码性能比RSD好。文献[4]采用PRSD度分布来改善光通信在湍流信道下的通信性能。本文详细分析了RSD度分布和

收稿日期:2019-04-10。

作者简介:滕井赛(1993-),男,硕士研究生,主要研究方向为无线通信、信号处理和信道编码技术。参与中国电子科技集团第五十研究所的联合基金项目;获得杭州电子科技大学研究生学业奖学金二等奖、三等奖各1次。



泊松度分布在不同码长 K 下的编译码性能,针对 RSD 的编译码复杂度较高和泊松度分布在码长较小时度为 1 的节点个数较少的情况,提出一种新型的固定度分布函数。

1 LT 码度分布

由 LT 码的编译码过程可知,度分布设计是决定 LT 码性能的关键。一个好的度分布函数要求:①接收到尽可能小的编码数据包,即可译出源数据。②编译码复杂度尽可能低。

LT 码的译码是从度为 1 的节点开始进行的,为保证每次迭代更新出现度为 1 的节点,大部分节点的度数应该尽可能小。为减小译码开销,节点的度分布应尽量包含所有的源数据包。如此,译码就可以顺利展开。

1.1 ISD

码长为 K , $\rho(i)$ 表示编码分组中度为 i 的概率,则 ISD 函数为:

$$\rho(i) = \begin{cases} 1/K, & i=1 \\ 1/(i(i-1)), & i=2, \dots, K \end{cases} \quad (1)$$

从式(1)可以看出,在每次迭代译码中度为 1 的节点个数趋近于 1,并产生新的度为 1 的编码节点,保证译码可以持续下去。然而,在实际应用中,编码的度分布无法按照理想度分布,很容易丢失度为 1 的编码节点,从而导致译码中断。

1.2 RSD

RSD 函数包含 2 个参数 c 和 δ , c 为 0~1 之间的一个常数, δ 表示接收端接收到 K 个编码分组后仍然无法译码的极限概率。首先我们有如下定义:

$$\rho(i) = \begin{cases} 1/K, & i=1 \\ 1/(i(i-1)), & i=2, 3, \dots, K \end{cases} \quad (2)$$

$$\Omega(i) = \begin{cases} \frac{R}{iK}, & i=1, \dots, \frac{K}{R}-1 \\ \frac{R \ln(R/\delta)}{K}, & i=\frac{K}{R} \\ 0, & i=\frac{K}{R}+1, \dots, K \end{cases} \quad (3)$$

其中, $R=c \times \ln(K/\delta) \sqrt{K}$, 将 $\rho(i)$ 和 $\Omega(i)$ 相加并归一化处理得到 RSD 函数为:

$$\mu(i) = \frac{\Omega(i) + \rho(i)}{\sum_{i=1}^K K(\Omega(i) + \rho(i))} \quad (4)$$

由式(4)可知, R 的存在使得每次迭代译码过程中都有足够多的度为 1 的编码分组,大大提高了译码成

功率。ISD 和 RSD 的平均编码度数都为 $o(\ln(K/\delta))$, 随着码长的增大,编码的平均度数也随之增大,编译码复杂度增加。

1.3 泊松度分布

泊松度分布函数编码节点的平均度数不会随着码长的增加而变化,为一固定值 5.87。具体泊松度分布为:

$$\begin{aligned} \Omega(x) = & 0.007969x + 0.49357x^2 + 0.16622x^3 + \\ & 0.072646x^4 + 0.082558x^5 + 0.056028x^8 + \\ & 0.037229x^9 + 0.05559x^{10} + 0.025023x^{65} + \\ & 0.003135x^{66} \end{aligned} \quad (5)$$

泊松度分布的编译码复杂度为 $O(K)$, 实现了编译码复杂度与译码效率之间的平衡。但是,当码长较短时,由于编码中度为 1 的节点可能不存在,容易导致译码失败^[9]。当码长较大时,泊松度分布的编译码性能较为理想。

2 各度分布函数的度值分析

2.1 ISD 和 RSD 的度值分析

由式(1)可知,ISD 度为 1 的概率为 $1/K$, K 个编码数据包平均出现 1 个度值为 1 的节点;度为 2 的概率值为 $1/2$, 且从度为 2 到度为 K 的概率值急剧下降。

RSD 在 ISD 度值分布的基础上添加了参数 R 值, R 随着 K 的增加而增大。当度值为 1 时, K 个编码数据包中具有 R 个度为 1 的节点,且每次迭代过程中都能保证足够数量的度为 1 的节点。度值为 K/R 时,其概率值出现第二个峰值, RSD 度的概率值分布如图 1 所示。

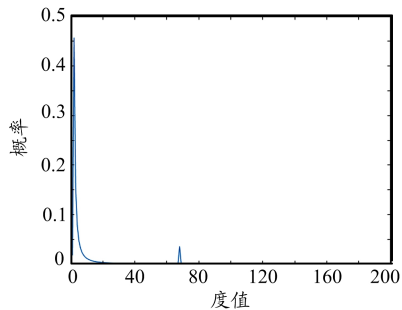


图 1 RSD 度分布曲线

2.2 RSD 在不同码长 K 下的度值分析

鲁棒孤波在不同码长下都具有良好的编译码性能,是因为其度值的概率分布可以随着码长 K 的变化而调整,如表 1 所示。

f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 分别表示在不同码长下度为 1、2、3、4、5 的概率值。随着码长增加,度为 1 的概率值逐渐减小,度为 2、3、4、5 的概率值则逐渐增加。不同度的概率值随着码长作单一变化,但其增长或者减少幅度却逐渐减小。 $f_{K/R}$ 表示 RSD 度概率分布第二个峰值点度值及其概率。

表 1 RSD 不同码长下具体概率值

K	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	$f_{K/66}$
500	0.0115	0.4643	0.1564	0.079	0.0479	95/0.0316
1000	0.0085	0.4695	0.1578	0.0795	0.0481	124/0.0279
2000	0.0063	0.4744	0.1591	0.08	0.0483	162/0.0241
3000	0.0053	0.4770	0.1598	0.0803	0.0485	190/0.0219
5000	0.0043	0.4801	0.1607	0.0807	0.0486	233/0.0192
10000	0.0032	0.4837	0.1618	0.0811	0.0488	308/0.0159
50000	0.0017	0.4902	0.1637	0.082	0.0493	600/0.0098

2.3 泊松度分布的平均度值

根据式(5)可知,泊松度分布的平均度值为:

$$E=0.007969 \times 1 + 0.49357 \times 2 + 0.16622 \times 3 + 0.072646 \times 4 + 0.082558 \times 5 + 0.056028 \times 8 + 0.037229 \times 9 + 0.05559 \times 19 + 0.025023 \times 65 + 0.003135 \times 66 = 5.8703 \quad (6)$$

3 新型度分布函数的构造

由以上分析可知,码长的增加影响着 RSD 每个度的分布,而泊松分布在每个度的概率值却是固定的。为保证度分布随着码长的变化趋于合理,而又不影响其编译码复杂度。本文提出了一种新型的固定度分布函数 $M(x)$:

$$M(x) = (0.003269 + \frac{65}{K \ln K})x + (0.49357 - \frac{17}{K \ln K})x^2 + (\frac{0.16622}{K \ln K} - \frac{33}{K \ln K}) + (\frac{0.072646}{K \ln K} - \frac{15}{K \ln K})x^4 + (\frac{0.082558}{K \ln K} - \frac{1}{K \ln K})x^5 + (\frac{0.056028}{K \ln K} - \frac{9}{K \ln K})x^8 + (\frac{0.037229}{K \ln K} + \frac{8}{K \ln K})x^9 + 0.05559x^{19} + (0.029723 - \frac{1}{K \ln K})x^{65} + (\frac{0.003135}{K \ln K} + \frac{3}{K \ln K})x^{66} \quad (7)$$

由表 1 可知,RSD 度为 1 的概率值随着码长的增大而减小,度为 2、3、4、5 的概率值随着码长的增大而增加。新型固定度分布函数采用抵消策略,引入 $1/(K \ln K)$ 因子,在码长较短时增加了度为 1、9、66 的概率值,同时减小了度为 2、3、4、5、8、65 的概率值。随着码长的增大,度为 1、9、66 的概率值逐渐减小,而度为 2、3、4、5、8、65 的概率值会逐渐增大,能够使度的概率值趋于合理,同时保证度分布的概率值之和为 1。其平均度数为:

$$Z = (0.003269 + \frac{65}{K \ln K}) \times 1 + (0.49357 - \frac{17}{K \ln K}) \times 2 +$$

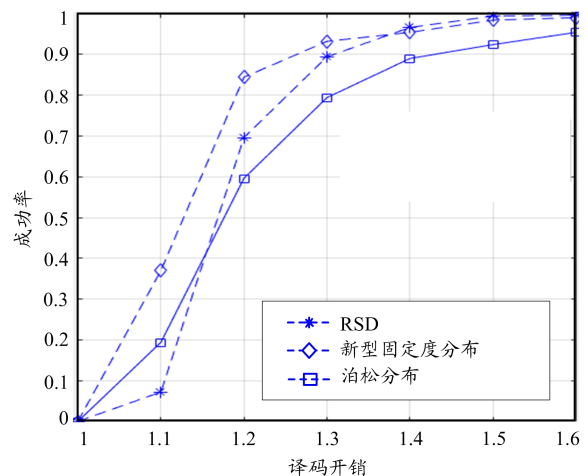
$$(\frac{0.16622}{K \ln K} - \frac{33}{K \ln K}) \times 3 + (\frac{0.072646}{K \ln K} - \frac{15}{K \ln K}) \times 4 + (\frac{0.082558}{K \ln K} - \frac{1}{K \ln K}) \times 5 + (\frac{0.056028}{K \ln K} - \frac{9}{K \ln K}) \times 8 + (\frac{0.037229}{K \ln K} + \frac{8}{K \ln K}) \times 9 + 0.05559 \times 19 + (0.029723 - \frac{1}{K \ln K}) \times 65 + (\frac{0.003135}{K \ln K} + \frac{3}{K \ln K}) \times 66 = 6.17 \quad (8)$$

新型固定度分布和典型固定度分布概率值对比如表 2 所示。码长较短时,参数变量 $1/(K \ln K)$ 对度分布的概率值影响较大,增加了度为 1 的概率值,改善了 LT 码的编译码性能,如图 2 所示。

图 2 中,码长 $K=500$,译码开销 $overhead=N/K, N$

表 2 新型固定度分布和典型固定度分布概率值对比

概率值	典型固定度分布	新型固定度分布			
	K>66	K=500	K=2000	K=8000	K=50000
f_1	0.007969	0.00908	0.003996	0.00336	0.003275
f_2	0.49357	0.492	0.49338	0.49355	0.49357
f_3	0.16622	0.16327	0.16585	0.16617	0.16622
f_4	0.072646	0.0713	0.07248	0.072625	0.072645
f_5	0.082558	0.082469	0.082547	0.082557	0.082558
f_8	0.056028	0.055223	0.055927	0.056015	0.056027
f_9	0.037229	0.037945	0.037318	0.03724	0.03723
f_{19}	0.05559	0.05559	0.05559	0.05559	0.05559
f_{65}	0.025023	0.029634	0.029712	0.029722	0.029723
f_{66}	0.003135	0.0034	0.00317	0.003139	0.003135

图 2 码长 $K=500$ 时,3 种度分布的译码性能

滕井赛,金红军,赵怀松:LT 码固定度分布函数的设计与优化

为接收端接收到的编码包数量。可以看出,随着译码开销的逐渐增大,RSD 度分布、泊松度分布和新型固定度分布的译码成功率都趋近于 1。泊松度分布在译码开销较小时,其译码性能比 RSD 度分布的概率要好;当译码开销增大时,其性能要低于 RSD 度分布。而新型固定度分布在译码开销小于 1.4 时,其译码性能始终要高于 RSD 度分布和泊松度分布;在译码开销较大时,其译码性能也能保持和 RSD 度分布一样良好。

表 2 中,当码长接近无穷大时,新型固定度分布函数度的概率值几乎不受参数变量 $1/(K \ln K)$ 的影响,各个度的概率值为固定值。相比泊松度分布,其度为 1 的概率值减小到了 0.003269,度为 65 的概率值增加到了 0.029723。 $K=8000$ 时,3 种度分布的译码性能如图 3 所示。可以看出,在不同译码开销下,新型固定度分布的译码性能都优于泊松度分布。

本文取译码开销分别为 1.1 和 1.2 来验证在不同码长下 3 种译码开销的编译码性能,结果如图 4 和

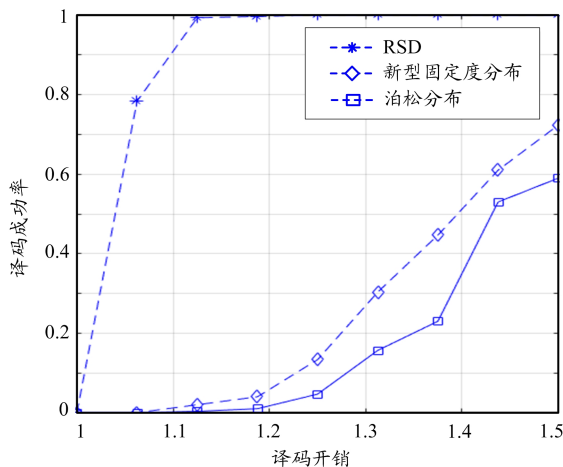
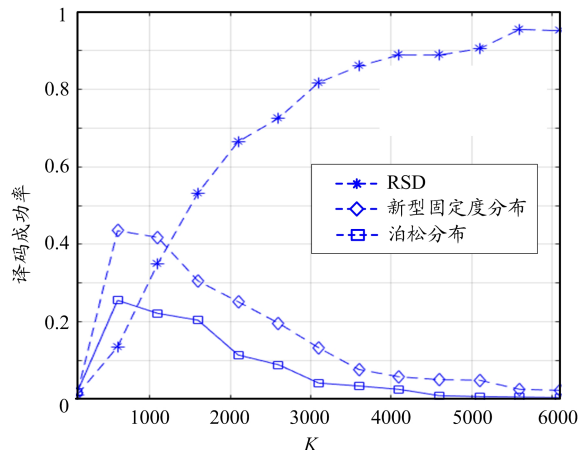
图 3 码长 $K=8000$ 时 3 种度分布的译码性能

图 4 译码开销为 1.1 的不同码长下的译码性能

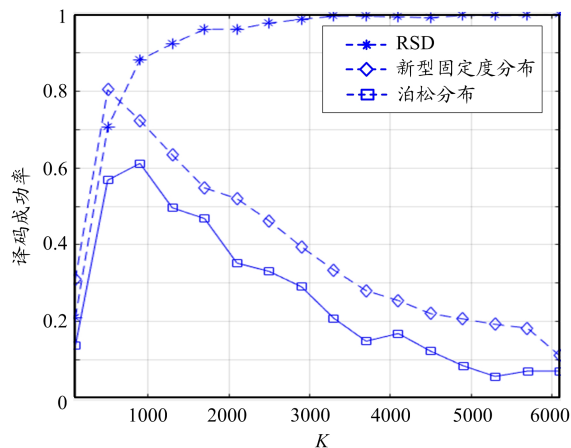


图 5 译码开销为 1.2 的不同码长下的译码性能

图 5 所示。可以看出,在码长小于 700 时,新型固定度分布函数具有优秀的译码性能;在不同码长下,其总体性能比泊松度分布好。

4 结束语

降低误码率和提高信息速率是 FSO 系统的主要研究热点,LT 码由于其码率的自适应性而在 FSO 中具有编码优势。度分布决定着 LT 码的编译码性能,从而影响着 FSO 系统的通信性能。本文综合考虑 RSD 的编译码复杂度较高和泊松度分布在短码长时译码性能较差的情况,构造了一种新型的固定度分布函数。仿真结果表明:在相同的译码开销下,使用新型固定度分布进行 LT 编码得到的译码成功率要优于泊松度分布,同时当数据包长度较短时,采用新型固定度分布的 LT 码能够花费更小译码开销译出同等数量的码字,即使码长增大,总体译码性能也比传统固定度分布好。

参考文献:

- [1] LUBY M. LT codes[C]// Proceedings of 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS), October 16–19 2002, Vancouver, BC, Canada. Vancouver: IEEE Press, 2002.
- [2] SHOKROLLAHIM A. Raptor codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 52(6): 2551–2567.
- [3] YAO Weiqing, YI Benshun, HUANG Taiqi, et al. Poisson Robust Soliton Distribution for LT Codes [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(8): 1499–1502.
- [4] 张勋,曹阳,彭小峰,等. MIMO-FSO 中 LT 码新型度分布的性能研究[J]. 光通信技术, 2017, 41(9): 20–23.
- [5] ZOU Yanfang. Research on fountain codes technology in wireless multimedia transmission [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2013.