

# 适用于OFDM光纤通信系统的时频双域概率整形方法的研究

辛雅洁,杜建新\*,颜伟宸

(南京邮电大学 电子与光学工程学院、柔性电子(未来技术)学院,南京 210046)

**摘要:**为了提高16进制正交幅度调制(16QAM)网格编码调制(TCM)正交频分复用(OFDM)光纤通信系统的性能,并抑制其非线性损伤,提出一种基于级联哈夫曼分配器与比特级平行序列的时频双域概率整形(TF-PS)方法。该方法通过分层查找表(Hi-LUT)与级联标签加权求和匹配器(CLWSDM)实现低码率损失的概率整形,并引入基于标志取反的再整形策略以逼近最优分布;同时结合多维高阶星座点分配,将高概率比特映射至低功率星座点,以降低峰均功率比。基于Matlab与Optisystem的仿真结果表明,相较于无整形的系统,所提TF-PS方法使误符号率降低约4.5 dB,并获得 $0.752 \text{ b}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ 的非线性概率整形增益。

**关键词:**正交频分复用;时频双域概率整形;级联哈夫曼分配器

**中图分类号:**TN929 **文献标志码:**A **文章编号:**1002-5561(2026)01-0104-07

**DOI:**10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2026.01.018

## Research on time-frequency dual-domain probabilistic shaping methods for OFDM optical fiber communication systems

XIN Yajie, DU Jianxin\*, YAN Weichen

(College of Electronic and Optical Engineering & College of Flexible Electronics(Future Technology),  
Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** In order to enhance the performance of a 16-ary quadrature amplitude modulation(16QAM) trellis coded modulation (TCM) orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) optical fiber communication system and suppress its nonlinear impairments, a time-frequency dual-domain probabilistic shaping (TF-PS) method based on a cascaded Huffman distributor and bit-level parallel sequences is proposed. This method achieves probabilistic shaping with low code rate loss via a hierarchical look-up table (Hi-LUT) and a cascaded label weighted sum distribution matcher (CLWSDM), and introduces a "sign-inversion" based re-shaping strategy to approximate the optimal distribution. Simultaneously, combined with multi-dimensional higher-order constellation point allocation, it maps high-probability bits to low-power constellation points to reduce the peak-to-average power ratio. Simulation results based on Matlab and Optisystem show that compared with the system without shaping, the proposed TF-PS scheme reduces the symbol error rate by approximately 4.5 dB and achieves a nonlinear probabilistic shaping gain of  $0.752 \text{ b}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$ .

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing, time-frequency dual-domain probabilistic shaping, cascaded Huffman distributor

收稿日期:2025-03-12。

项目基金:江苏省高校自然科学研究面上项目(16KJB510033)资助。

**作者简介:**辛雅洁(1999—),女,硕士研究生,现就读于南京邮电大学电子与光学工程学院、柔性电子学院电子信息专业,主要从事光通信系统以及非线性光学方面的研究工作,重点研究相干光通信系统中非线性补偿算法的优化。

**\*通信作者:**杜建新(1972—),男,博士,副教授,主要研究方向为光纤通信系统。



## 0 引言

近年来,随着高清视频、云计算、物联网等大带宽应用的快速发展,光纤通信系统对传输容量与频谱效率的要求不断提升。正交频分复用(OFDM)技术凭借其高频谱效率与抗多径衰落能力,成为提升光纤传输容量的重要手段之一。然而,OFDM系统固有的高峰均功率比(PAPR)问题使其在长距离传输中易受光纤非线性效应的损害,限制了系统性能的进一步提

升<sup>[1-6]</sup>。为抑制非线性损伤并优化系统性能, 概率整形(PS)技术因其能够在保持频谱效率的同时改善信号分布特性, 逐渐成为研究热点<sup>[7-10]</sup>。

传统PS方案如恒定组成分布匹配(CCDM)受限于块长长度与处理延迟, 难以满足高吞吐量、低延迟的现代光通信需求<sup>[11-13]</sup>。为此, 基于并行架构的乘积分布匹配(PDM)及并行二分法等方案被提出, 以提升编码效率并降低运算复杂度。近年来, 前缀自由码分布匹配(PCDM)通过动态规划逼近Maxwell-Boltzmann分布, 实现了低复杂度的星座整形<sup>[14]</sup>; 分层分布匹配(HiDM)则借助查找表(LUT)与并行处理, 在硬件平台上验证了PS与前向纠错(FEC)的协同机制<sup>[15]</sup>。然而, 现有研究多集中于单域(时域或频域)整形, 尚未充分考虑OFDM系统中时域与频域联合的非线性特性, 也未在架构设计中引入级联哈夫曼及其它高效编码策略, 限制了其在多维、高阶调制场景下的性能优化空间。

针对上述问题, 本文提出一种基于级联哈夫曼分配器与比特级并行序列的时频双域概率整形方法(下文简称TF-PS方法)。

## 1 TF-PS方法

本文提出的TF-PS方法, 基于一种结合级联哈夫曼分配器、分层查找表(Hi-LUT)与比特级平行序列映射的联合整形架构来实现。该方法旨在通过时域与频域协同处理, 实现低码率损失、高非线性容忍度的PS。其核心流程如下: 首先, 输入比特流经级联哈夫曼分配器生成具有多层级概率特性的变长码流; 随后, 通过Hi-LUT与级联标签加权求和匹配器(CLWSDM)将码流映射为符号标识; 接着, 利用比特级平行序列机制, 将高概率短码流映射至低码重序列, 构建时频双域比特矩阵; 最终, 结合标志取反再整形策略与多维高阶星座点分配, 将矩阵按列映射至低功率广义星座点, 从而在降低PAPR的同时逼近最优概率分布。

### 1.1 级联哈夫曼分配器

级联哈夫曼分配器通过串联多个统计独立的哈夫曼编码单元构成, 较单一哈夫曼分配器具有以下优势:

- 1) 更丰富的概率层级: 输出比特流的概率分布具有更多层级, 且层级间概率差较小。
- 2) 变长编码特性: 短码字对应高出现概率, 符合信息论最优编码原则。
- 3) 前缀无关性: 任一输出比特流均不为其它比特

流的前缀, 确保唯一可译性。

4) 高吞吐量与低存储开销: 各单元可并行处理, 提升系统吞吐量; 级联结构还可降低总体查找表规模, 节省存储资源。

5) 强抗误差传播能力: 单元间统计独立, 误码局限在单个单元内, 避免误差扩散。

#### 1.1.1 克罗内克积(Kronecker Product)描述

本文采用克罗内克积形式化描述级联哈夫曼分配器的输出。设有矩阵 $A$ 和 $B$ , 其克罗内克积 $A \otimes B$ 定义为将 $A$ 中每个元素与 $B$ 整体相乘并扩展为新矩阵。在比特流矩阵语境下, 克罗内克积实现的是比特流的串联与概率的相乘。若 $C^{(k)}$ 表示第 $k$ 个级联哈夫曼分配器的输出结果, 整个级联哈夫曼分配器的输出设为 $C_t$ , 则 $C_t = C^{(1)} \otimes C^{(2)} \otimes \dots \otimes C^{(K)}$ 。

#### 1.1.2 单元结构与标识规则

每个级联单元对应一棵单元哈夫曼树, 各树结构相同且相互独立。本文设定单元树的叶子节点从左至右依次对应比特序列: 000、001、01、1, 并分别用整数数值0、1、2、3进行标识。

级联系统的每一个输出比特流对应一个三元标识组合 $(a_2, a_1, a_0)$ , 其中 $a_i$ 表示第 $i$ 个单元的叶子节点标识。所有可能的标识组合如表1所示。

表1 级联哈夫曼分配器与叶子节点的整数标识

级联哈夫曼分配器的输出	叶子节点标识 $(a_2, a_1, a_0)$
(000,000,000)	(0,0,0)
(000,000,001)	(0,0,1)
(000,000,01)	(0,0,2)
(000,000,1)	(0,0,3)
(000,001,000)	(0,1,0)
⋮	⋮
(1,1,1)	(3,3,3)

### 1.2 Hi-LUT与CLWSDM算法

为高效实现TF-PS方法中的比特流与符号映射, 本文提出一种基于Hi-LUT的映射机制。Hi-LUT根据概率、码重等表征量将符号空间划分为多个层级, 每层内包含若干组合, 并通过三元组 $[M, N, R]$ 进行标识:  $M$ 为层级,  $N$ 为每层中的所有排列组合的数量,  $R$ 为该层内的相关组合的序号。通过该结构, 可将任一符号组合唯一映射为全局十进制标识 $U_m$ , 实现快速查找与映射。

#### 1.2.1 基于Hi-LUT的标识映射算法

本文采用基于Hi-LUT的标识映射算法计算全局

标识  $U_m$ , 算法的主要执行流程如下:

- 1) 确定从第一层到第  $m-1$  层的累加量;
- 2) 某标识组合在整个 Hi-LUT 架构中的排序;
- 3) 通过 CLWSDM 算法确定  $R$  值, 最终得到  $U_m$ 。

### 1.2.2 CLWSDM 算法

为确定组合在层内的局部序号  $R$ , 本文提出 CLWSDM 算法, 其主要执行流程如下:

- 1) 根据级联哈夫曼分配器的输出的某个比特流, 确定其叶子点标识组合和所在的概率层;
- 2) 确定其叶子点标识组合对应的加权和, 假设其为  $S$ ;
- 3) 遍历本层内所有的标识组合, 计算出它们的加权和;
- 4) 对本层内的所有的加权和进行降序排列;
- 5) 进一步确定  $S$  在本层内对应的序号, 即基于 Hi-LUT 的标识映射算法中的  $R$  值。

### 1.2.3 Hi-LUT 结构示例

基于 Hi-LUT 的标识映射算法与 CLWSDM 算法构建的级联哈夫曼分配器 Hi-LUT 结构示例如表 2 所示, 该结构由标识组合的概率、层级信息与全局十进制标识  $U_1$  组成。

表 2 级联哈夫曼分配器的 Hi-LUT 结构

标识组合 $(a_2, a_1, a_0)$	概率	$[M, N, R]$	$U_1$
(3, 3, 3)	1/8	[1, 1, 1]	1
(3, 3, 2)	1/16	[2, 3, 1]	2
(3, 2, 3)	1/16	[2, 3, 2]	3
(2, 3, 3)	1/16	[2, 3, 3]	4
(3, 3, 1)	1/32	[3, 9, 1]	5
⋮	⋮	⋮	⋮
(0, 0, 1)	1/512	[7, 8, 7]	63
(0, 0, 0)	1/512	[7, 8, 8]	64

## 1.3 比特级平行序列的映射

为实现时频双域整形, 本文在级联哈夫曼分配器输出的基础上引入比特级平行序列映射机制。该机制的核心思想是: 将排序中高概率出现的短比特流映射至低码重 (“0” 比特占比高) 的平行序列, 从而在符号层面形成非均匀分布。

### 1.3.1 平行序列的码重排序

平行序列首先按其码重 (序列中 “1” 的个数) 进行分层, 码重越大层级越高。同一层内的序列再按其二进制对应的十进制数值升序排列, 以确定其在层内的

局部序号  $R$ 。具体排序流程如下:

- 1) 根据引入的平行序列, 统计其中 “0” 比特的数量, 确定其所在的层级;
- 2) 计算引入的平行序列对应的十进制数;
- 3) 将引入的平行序列按照码重排序;
- 4) 对本层内的所有的平行序列按照其对应的十进制数升序排序;
- 5) 进一步确定在本层内对应的序号, 即基于 Hi-LUT 的标识映射算法中的  $R$  值。

排序示例如表 3 所示, 其中层级对应码重。

表 3 比特级平行序列层级排序及全局十进制标识

平行序列	$[M, N, R]$	概率	码重	$U_1$
000000	[1, 1, 1]	1/8	0	1
000001	[2, 6, 1]	1/16	1	2
000010	[2, 6, 2]	1/16	1	3
000100	[2, 6, 3]	1/16	1	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
111110	[6, 6, 6]	1/512	5	63
111111	[7, 1, 1]	1/512	6	64

### 1.3.2 时频双域矩阵构建

每个级联哈夫曼分配器的输出被视为一个时域子帧, 映射为一个比特级平行序列。多个此类序列按行构成比特矩阵, 并通过按列读取的方式重构为新的码字, 每一列对应一个时频资源单元 (一个 OFDM 子载波在一个符号周期内的映射单元)。

列码字继续按码重排序, 并映射为广义多维星座点, 从而在时域与频域同时实现 PS。首列码字的概率分布如表 4 及图 1 所示, 可以看出, 首列码字的概率分布呈非均匀特性。

表 4 TF-PS 存储矩阵首列码字及其概率

TF-PS 存储矩阵的 首列码字	码重	概率	$U_2$
000000	0	0.198 4	1
000001	1	0.061 3	2
000010	1	0.061 3	3
000100	1	0.061 3	4
⋮	⋮	⋮	⋮
111110	5	0.000 6	63
111111	6	0.000 2	64

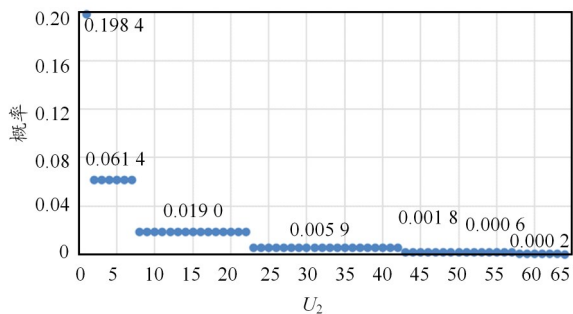


图1 首列码字概率分布

### 1.4 基于标志取反的再整形方案

在上述所述级联哈夫曼分配器方案的TF-PS框架基础上,本文提出基于标志取反的时频双域再整形方案,以进一步增强短块长符号序列的非线性整形能力。

标志取反通过设置标志位,对比特序列的特定比特进行取反,调节序列中“0”与“1”比特的个数,使“0”比特个数多于“1”比特,实现PS。基于标志取反的多矩阵TF-PS结构如图2所示。存储矩阵 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ (均为6行6列)在按列读取后,令其最后一行为标志位 $Z$ :若当前列前17行中“0”比特数小于“1”比特数,则置 $Z=1$ 并对前17行进行取反;否则,置 $Z=0$ 保持原状。 $D$ 表示存储矩阵中的不同比特。

标志取反技术的核心优势在于能有效增加序列中“0”比特的数量,进而优化符号分布的非均匀性。尽管标志位在TF-PS框架中引入冗余会导致频谱效率损失,但通过强化“0”比特的统计优势,可在短块长序列条件下实现更高的整形深度,从而在抗非线性性能与系统复杂度之间取得平衡。

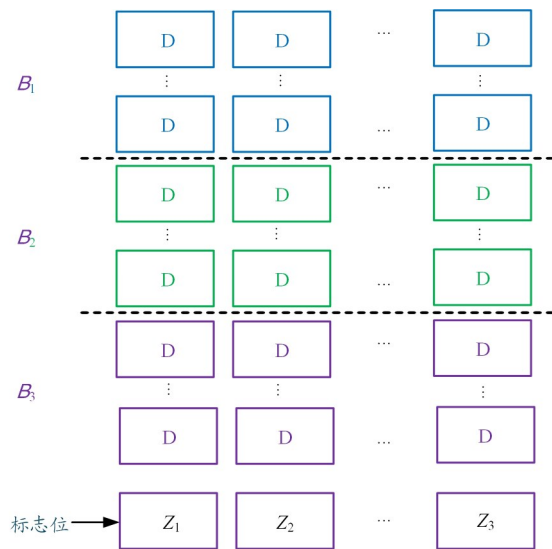


图2 基于标志取反的多矩阵TF-PS结构

### 1.5 多维高阶星座点分配器

基于前文所得比特级平行序列,可构造比特级矩阵模块,并将其映射至六维网格编码调制-16正交幅度调制(6D-TCM-16QAM)星座点。首先,将16QAM星座图划分为4个子集( $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$ 、 $Q_4$ ),如图3所示。以子集 $Q_1$ 为例,其包含一个低功率星座点 $W_0$ 、2个中等功率星座点 $W_6$ 与 $W_7$ ,以及1个高功率星座点 $W_{13}$ 。图中通过颜色与几何形状双重标识区分子集,相同颜色与形状代表同一子集,每个子集包含4个星座点。

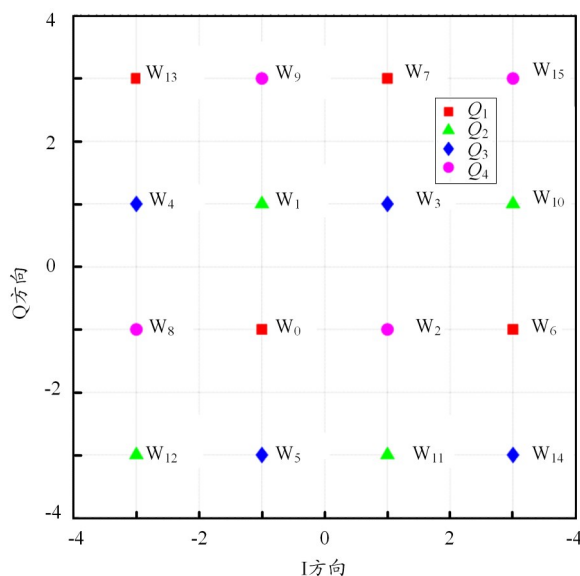


图3 16QAM集合分割过程

本文采用3个2D-16QAM进行组合映射。通过对3组2D-16QAM子集中的星座点进行排列,构建出6D-16QAM星座点。在OFDM符号周期内,每个6D符号由3个子载波承载,每个子载波承载一个2D-16QAM符号。每个2D-16QAM包含4个星座子集,因此3个2D星座共可构成64种排列组合。本文选取由3个2D星座子集 $Q_1$ ( $W_0$ ,  $W_6$ ,  $W_7$ ,  $W_{13}$ )排列而成的6D星座子集,并以 $(b_2, b_1, b_0)$ 表示6D星座点的组成。

基于CLWSDM算法,以功率为表征对这些6D广义星座点进行层级划分,结果如表5所示,其功率分布如图4所示。可以看出,图4所示的星座点功率层级,是通过将图1中按列读取得到的高概率比特矩阵,映射至低功率的广义星座点而生成的。该方法有效降低了系统的PAPR。

信号处理流程如图5所示。输入比特流的总帧包含TCM与TF-PS两部分:TCM部分处理后得到存储矩阵 $A$ ,用于16QAM信号的分集;TF-PS部分处理后得到存储矩阵 $B$ ,用于6D符号的概率整形。两矩阵均为

表5 6D 广义星座点组成及其功率层级标识

$(b_2, b_1, b_0)$	功率	$[M, N, R]$	$U_2$
(0,0,0)	6	[1, 1, 1]	1
(0,0,6)	14	[2, 6, 1]	2
(0,6,0)	14	[2, 6, 2]	3
(6,0,0)	14	[2, 6, 3]	4
⋮	⋮	⋮	⋮
(13,13,7)	46	[6, 6, 6]	63
(13,13,13)	54	[7, 1, 1]	64

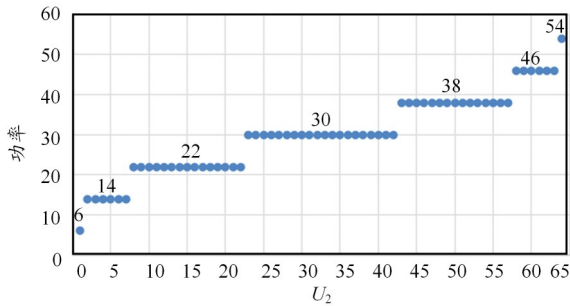


图4 6D 广义星座点功率层级

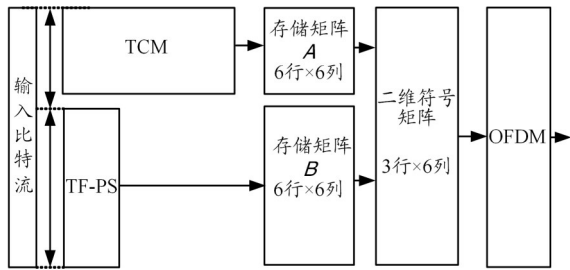


图5 信号处理流程

6行×6列,其中卷积编码器码率为1/2。

从矩阵A和B中按列读取数据,重新组合为3行×6列的二维符号矩阵,随后将其映射至3个OFDM子载波,每行符号调制至一个独立子载波,完成多维符号至子载波的加载。本文以子载波1为例进行系统性能评估。

PS后信号的信息熵H计算公式为

$$H = \sum_i P_i \log_2(1/P_i) \quad (1)$$

式中: $P_i$ 为星座点出现的概率。

基于各存储矩阵及二维符号单元的等效输入比特数(表6),利用系统等效比特数计算信息熵H,结果如表7所示。可以看出,通过引入TF-PS,降低了系统的信息熵H,进一步改变了PS深度并适配多维符号映射。

表6 各存储矩阵与二维符号单元的等效输入比特数(单位:个)

参数	数值
TF-PS存储矩阵每行等效输入比特数	$1.75 \times 3 = 5.25$
TF-PS存储矩阵行数	6
TCM存储矩阵每列等效输入比特数	3
TCM存储矩阵列数	6
总存储矩阵等效的输入比特数	49.5
二维符号矩阵每单元等效的输入比特数	2.75

表7 调制格式及对应信息熵H

调制格式	信息熵H/(b/symbol)
16QAM	4
TF-PS-TCM-16QAM	2.75
TCM-16QAM	3

## 2 仿真系统与结果分析

### 2.1 仿真系统搭建

#### 2.1.1 光纤传输链路设计

为验证所提方法的性能,本文构建了波分复用(WDM)系统仿真平台如图6所示。系统采用3跨段光纤传输链路,每个跨段长度为50 km,总传输距离为150 km。为有效控制色散及非线性效应,每个跨段由有效面积扩大正色散光纤(EE-PDF)、非零色散位移光纤(NZDSF)、斜率补偿色散补偿光纤(SCDCF)3种光纤级联构成,各光纤的具体参数如表8所示。每个跨段末端配置掺铒光纤放大器(EDFA)以补偿传输损耗,其增益为10.45 dB<sup>[10]</sup>,确保跨段间残余色散为零。

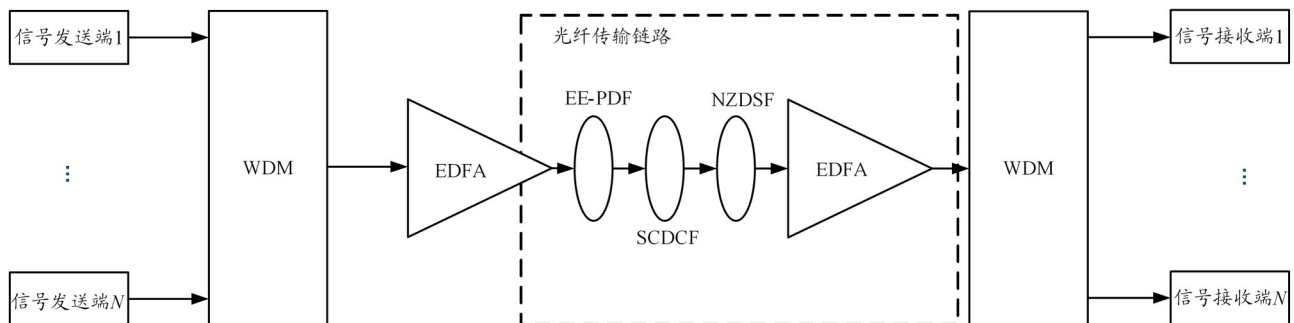


图6 WDM系统架构示意图

表8 各类光纤性能参数

光纤	长度/ km	色散/(ps· nm <sup>-1</sup> ·km <sup>-1</sup> )	色散斜率/(ps· nm <sup>-2</sup> ·km <sup>-1</sup> )	衰减/(dB· km <sup>-1</sup> )	有效面 积/μm <sup>2</sup>
EE-PDF	15	18	0.06	0.2	100
SCDCF	15	-22	-0.12	0.23	30
NZDSF	20	3	0.045	0.2	50

### 2.1.2 系统参数配置

系统采用32路WDM信道,中心频率为193 THz,信道间隔为100 GHz。每信道采用OFDM调制,每个OFDM符号包含128个子载波,单信道比特率为160 Gb/s。

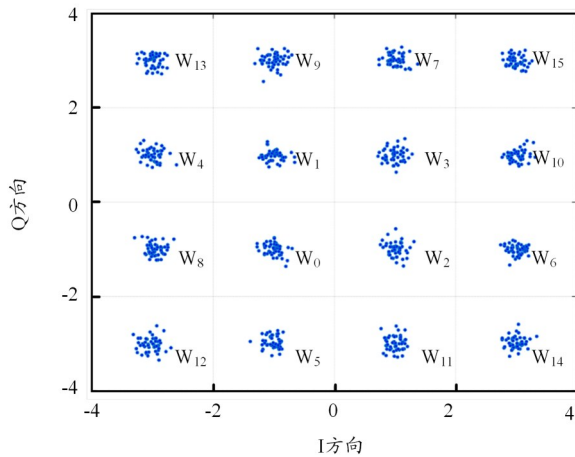
在发送端,首先生成二进制伪随机序列,经Matlab处理模块依次进行TCM编码、PS及相位约束Turbo波形(PCTW)编码;随后通过OFDM调制器生成基带OFDM信号,经电光调制转换为光信号并送入光纤链路。

在接收端,接收光信号经相干检测与模/数转换后,进行I/Q解调与OFDM解调;解调后的数据由Matlab处理模块进行PCTW解码、PS恢复及TCM译码,最终恢复原始发送序列。基于译码结果计算系统的误符号率(SER)与可达信息速率(AIR)。

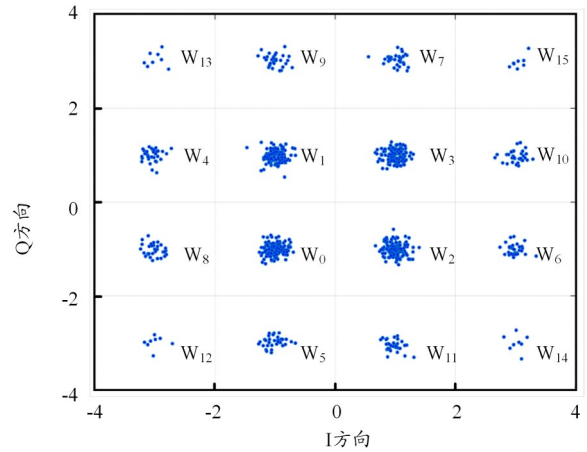
## 2.2 仿真结果分析

### 2.2.1 星座图分布对比

在有无TF-PS情况下,子载波1所对应的16QAM星座点分布如图7所示。可以看出,与无TF-PS相比,经TF-PS处理后,星座点出现概率呈现明显的非均匀分布:低功率星座点(W<sub>0</sub>、W<sub>1</sub>、W<sub>2</sub>、W<sub>3</sub>)的出现概率显著提升;中功率星座点(W<sub>4</sub> - W<sub>11</sub>)的出现概率相应降低;高功率星座点(W<sub>12</sub> - W<sub>15</sub>)的出现概率最小。该分布特征与PS理论预期一致,表明所提TF-PS方法能有效将



(a) 无TF-PS



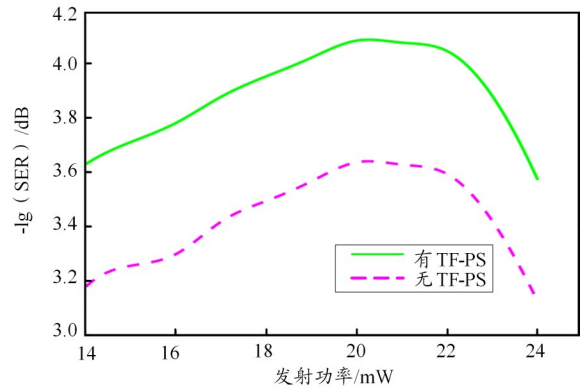
(b) 有TF-PS

图7 2种情况下,子载波1对应的16-QAM星座图

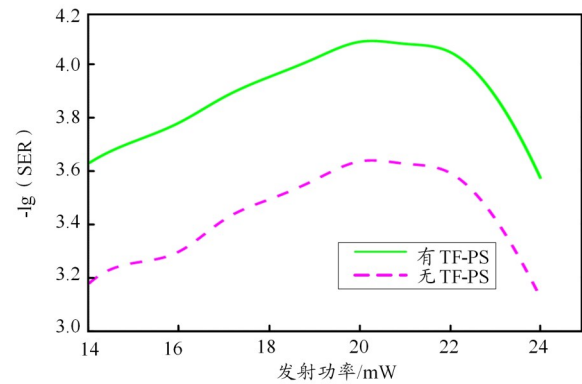
高概率比特序列映射至低功率星座点,从而降低平均发射功率与信号PAPR。

### 2.2.2 系统性能增益

系统在有无TF-PS时的SER与AIR性能曲线如图8所示。仿真结果表明,在相同发射功率下,采用TF-PS的系统性能显著优于无TF-PS系统。当激光器



(a) SER



(b) AIR

图8 系统在有无TF-PS时的SER与AIR性能曲线

辛雅洁, 杜建新, 颜伟宸. 适用于OFDM光纤通信系统的时频双域概率整形方法的研究

工作在最佳发射功率(20 mW)时, TF-PS方法使系统SER降低约4.5 dB, 且带来 $0.752 \text{ b} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 的非线性PS增益。这验证了所提TF-PS方法在提升系统抗非线性干扰能力与频谱效率方面的有效性。

### 3 结束语

本文针对OFDM-WDM光纤通信系统中的非线性损伤问题, 提出一种基于级联哈夫曼分配器与比特级并行序列的TF-PS方法。该方法通过级联哈夫曼分配器与比特级并行序列结构, 实现时-频二维PS, 并将高概率比特映射至低功率多维星座点。仿真结果表明, 该方法可使SER降低约4.5 dB, 并获得 $0.752 \text{ b} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 的非线性整形增益。未来工作可从优化概率层级、结合标志取反再整形、与序列选择技术融合等方面进一步提升系统性能。

### 参考文献:

[1] Armstrong J. OFDM for optics communications[J]. Journal of Lightwave Technology, 2009, 27(3): 189–204.  
 [2] Ip E. Nonlinear compensation using backpropagation for polarization-multiplexed transmission[J]. Journal of Lightwave Technology, 2010, 28(5): 939–951.  
 [3] Sillekens E, Liga G, Lavery D, et al. High-cardinality geometrical constellation shaping for the nonlinear fibre channel[J]. Journal of Lightwave Technology, 2022, 40(19): 6374–6387.  
 [4] 熊凌敏, 闫连山, 蒋林, 等. 概率整形双载波复用跨洋光纤传输系统[J]. 光学学报, 2022, 42(20): 200600101–200600106.  
 [5] Liu X, Chraplyvy A R, Winzer P J, et al. Phase-conjugated twin waves

for communication beyond the Kerr nonlinearity limit[J]. Nature Photonics, 2013, 7(7): 560–568.

[6] Liu X. Twin-wave-based optical transmission with enhanced linear and nonlinear performances[J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(5): 1037–1043.

[7] Liu J, Awwad E, Hafermann H, et al. Sequence selection with dispersion-aware metric for long-haul transmission systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(14): 4818–4828.

[8] Wu K, Liga G, Sheikh A, et al. Temporal energy analysis of symbol sequences for fiber nonlinear interference modelling via energy dispersion index[J]. Journal of Lightwave Technology, 2021, 39(18): 5766–5782.

[9] Saleem A, Carsten S, Robert E, et al. Four-dimensional trellis coded modulation for flexible optics communications [J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(2): 152–158.

[10] 张钰, 杜建新, 辛雅洁, 等. 网格编码调制星座整形相位共轭孪生波方案[J]. 光通信技术, 2024, 48(6): 75–81.

[11] Schulte P, Böcherer G. Constant composition distribution matching [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(1): 430–434.

[12] Pikus M, Xu W. Bit-level probabilistically shaped coded modulation [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(9): 1929–1932.

[13] Fu M, Liu Q, Lun H, et al. Parallel bisection-based distribution matching for nonlinearity-tolerant probabilistic shaping in coherent optical communication systems[J]. Journal of Lightwave Technology, 2021, 39(20): 6459–6469.

[14] Cho J. Prefix-free code distribution matching for probabilistic constellation shaping[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 68(2): 670–682.

[15] Zhang L, Tao K, Qian W, et al. Real-time FPGA investigation of interplay between probabilistic shaping and forward error correction[J]. Journal of Lightwave Technology, 2022, 40(5): 1339–1345.