

引用本文:杨昌旗. 空间光通信接收器孔径平均函数的二维映射计算方法[J]. 光通信技术, 2024, 48(5): 8-13.

空间光通信接收器孔径平均函数的二维映射计算方法

杨昌旗

(西安石油大学 陕西省光电传感测井重点实验室, 西安 710065)

摘要:针对现有研究中缺乏计算具有任意形状光学接收器孔径平均函数方法的问题,提出了一种新颖的二维映射方法。首先,将接收器的数学形状映射为一个二维矩阵,并基于该矩阵构建基准孔径、位移孔径,并确定位移范围。然后,通过逐步移动位移孔径获得一系列可变的位移矩阵。随后,通过计算位移矩阵和基准矩阵之间的相同元素,得到不同质心间距矢量下的孔径重叠面积,从而精确地求得接收器孔径平均函数。最后,以计算卡塞格林望远镜的孔径平均函数为例,将其映射为 300×300 的矩阵,并与理论计算结果进行了比较。对比结果表明,该方法在计算孔径平均函数时具有极小的误差,验证了所提方法的准确性和可靠性。

关键词:大气传播;孔径平均;闪烁;光学接收器;自由空间光通信

中图分类号: TN292.12; O436 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5561(2024)05-0008-06

DOI: 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2024.05.002

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Two-dimensional mapping calculation method for aperture averaging function of space optical communication receiver

YANG Changqi

(Key Laboratory of Photoelectric Sensing Logging in Shaanxi Province, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: In response to the lack of methods for calculating the aperture averaging function of optical receivers with arbitrary shapes in existing research, a novel two-dimensional mapping method is proposed. Firstly, the mathematical shape of the receiver is mapped into a two-dimensional matrix, and based on this matrix, a reference aperture and a displacement aperture are constructed, and the displacement range is determined. Then, a series of variable displacement matrices are obtained by gradually moving the displacement aperture. Subsequently, by calculating the same elements between the displacement matrix and the reference matrix, the aperture overlap area under different centroid spacing vectors is obtained, thereby accurately calculating the aperture averaging function of the receiver. Finally, taking the calculation of the aperture averaging function of a Cassegrain telescope as an example, it is mapped into a 300×300 matrix and compared with the theoretical calculation results. The comparison results show that the method has extremely small errors in calculating the aperture averaging function, verifying the accuracy and reliability of the proposed method.

Key words: atmospheric propagation, aperture averaging, scintillation, optical receiver, free-space optical communication

0 引言

由于大气光学闪烁会提高自由空间光通信的误

收稿日期: 2023-11-01。

基金项目: 陕西省教育厅自然科学基金项目(批准号: 15JK1589)资助。

作者简介: 杨昌旗(1980—), 男, 博士, 副教授, 主要从事自由空间光通信研究工作。主持和参与省部级、国家级项目 5 项, 荣获省部级科技奖励 1 项、校级教学和科研成果奖励 2 项。



码率,因此抑制大气光学闪烁成为研究自由空间光通信的重要方向。在长期研究过程中,研究人员发现激光在大气传播中存在孔径平均现象^[1],这一现象与光学闪烁密切相关。在长距离传输中,光波的不同部分光强波动各异,部分区域波动显著,部分区域波动较小。光波进入接收望远镜后,由于平均效应,光强波动会产生孔径平均现象,从而使光波具有平滑波动的效果。这种效果能够有效抑制尖锐的毛刺尖峰,并且其抑制作用受到湍流大气参数的影响。当接收望远镜的

镜面尺寸小于光强波动的相关尺度时,可视为点接收器,此时无孔径平均效应。随着望远镜镜面尺寸增大,孔径平均效应愈发显著,直至孔径平均饱和。孔径平均饱和是指当望远镜镜面尺寸超过一定阈值后,即使继续增大尺寸,也无法进一步提升抑制光强闪烁的效果。

孔径平均函数作为计算闪烁积分的权重因子,在抑制大气光学闪烁中扮演关键角色。不同形状的光学接收器对应不同的孔径平均函数。人类使用的光学接收器包括透镜、卡塞格林望远镜等,它们的二维投影曲线即为其孔径函数曲线。文献[2-3]已提出一种一维的计算孔径平均函数的方法,但存在计算误差较大的问题。因此,本文提出一种二维映射方法,用于精确计算任意复杂形状光学接收器的孔径平均函数。

1 接收器孔径平均函数二维映射计算方法

假设一个任意的光学接收器,其孔径的数学形状如图 1(a)所示。对图 1(a)添加 n 行 $\times n$ 列的正方形格子,得到图 1(b)~图 1(d)所示的形状。当 $n=2$ 时,意味着本文将使用一个 2 行 $\times 2$ 列的正方形格子框架(最外围)来圈定光学接收器孔径数学形状的位置,如图 1(b)所示。这个正方形格子框架实际上对应着一个 2×2 的矩阵。在图 1(b)中,画有斜线的区域代表了光学接收器的真实孔径,而没有斜线的区域则是无填

充。根据这个设定,真实孔径所在的位置在矩阵中对应着元素 1,而填充区域则对应着元素 0。因此,图 1(b)所对应的矩阵应呈现为

$$A_{2,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

同理,取参数 $n=4$ 、 $n=8$ 时,光学接收器孔径数学形状分别添加一个 4 行 $\times 4$ 列、8 行 $\times 8$ 列的正方形格子框架后的形状对应如图 1(c)、图 1(d)所示,其所对应的矩阵分别如式(2)、式(3)所示。

$$A_{4,4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_{8,8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

计算孔径平均函数的方法流程如图 2 所示,具体如下:

第一步,将图 1(a)扩展为图 1(b)的形式。图 1(a)的光学接收器映射的矩阵可以通过式(1)来表示。为了方便理解,本文称图 1(a)为原始孔径,而扩展后的图 1(b)则称为基准孔径。将基准孔径映射为矩阵后,可以利用 Matlab 进行数据操作。

第二步,建立位移范围。将图 1(b)的 2×2 正方形框架复制 8 份,并将这些复制后的框架紧密地排布在

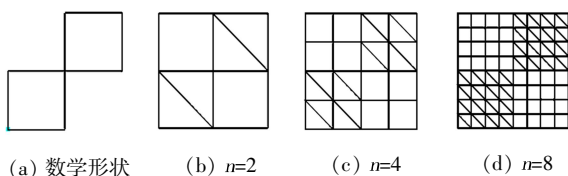


图 1 光学接收器孔径数学形状演变

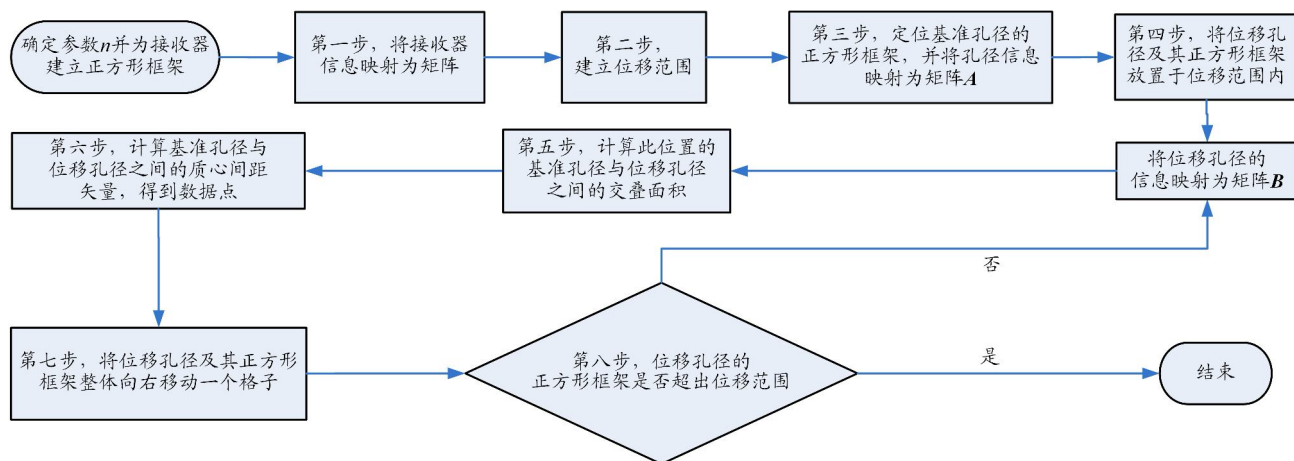


图 2 计算孔径平均函数方法流程图

杨昌旗: 空间光通信接收器孔径平均函数的二维映射计算方法

图 1(b)的正方形框架周围,形成的示意图如图 3(a)所示。其四边形 $hltp$ 区域代表了本文设定的位移范围。

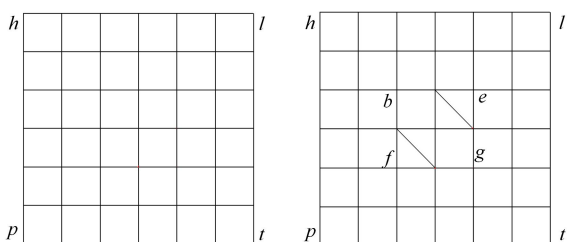
第三步,将基准孔径的正方形框架精准定位于图 3(a)位移范围的中心 $begf$ 区域,如图 3(b)所示,随后将图 3(b)映射为矩阵,该矩阵被称为基准矩阵。这一步骤可通过 Matlab 的矩阵扩展功能实现。映射的结果如式(4)所示。

$$A_{6,6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

第四步,将基准孔径及其正方形框架复制一份,并放置于图 3(a)的位移范围的最左上角区域 $uvxw$,如图 3(c)所示。接着,将图 3(c)的内容映射为一个矩阵。复制后的基准孔径被称为位移孔径,而包含位移孔径及其正方形框架的映射矩阵则被称为位移矩阵。

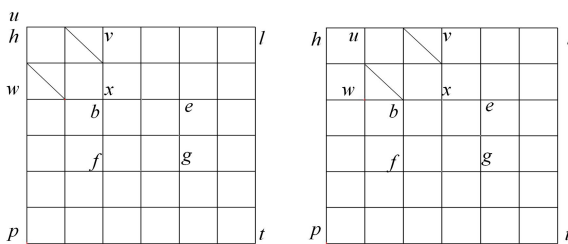
图 3(c)映射的矩阵如式(5)所示。

$$B_{6,6} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$



(a) 形成位移范围的示意图

(b) 基准孔径正方形框架的放置示意图



(c) 位移孔径及其正方形框架的形成与放置示意图

(d) 位移孔径及其正方形框架 $uvxw$ 向右移动一个正方形格子的示意图

图 3 计算孔径平均函数的过程示例

第五步,计算此位置的 2 种孔径的交叠面积。这个交叠面积是正方形格子数的正整数倍。具体的计算方法是将基准矩阵和位移矩阵在数学上进行按位乘操作,并将结果赋值给新建立的矩阵 $T_{i,j}$ 。由于图 3(b)和图 3(c)中不存在孔径交叠的情况,因此当对式(4)和式(5)进行矩阵按位乘运算时,运算结果的矩阵的所有元素都将为 0,即

$$T_{i,j} = A_{i,j} \times B_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, i 和 j 分别表示矩阵的行和列的序号, $i=1,2,\dots,6, j=1,2,\dots,6$ 。如果 $T_{i,j}$ 矩阵里有 n 个元素为 1,则表示在此质心间距矢量时基准孔径和位移孔径有 n 个正方形格子交叠。

计算矩阵 $T_{i,j}$ 中元素为 1 的个数,并将 $T_{i,j}$ 矩阵的所有元素做累加,将结果赋值给新矩阵 C 的第一个元素,即

$$C(1,1) = \sum_{j=1}^6 \sum_{i=1}^6 T_{i,j} \quad (7)$$

第六步,计算基准孔径与位移孔径之间的质心间距矢量,并获取在此质心间距矢量下的孔径平均函数数据点。当基准孔径的正方形框架位于图 3(b)所示的位置时,其起始位置被标记为 b 点,即基准点。类似地,当位移孔径的正方形框架处于图 3(c)所示的位置时,其起始位置被定义为 u 点。接着,从 b 点向 u 点绘制一条射线,该射线即代表了基准孔径与位移孔径之间的质心间距矢量。

在水平方向, u 点位于 b 点左侧 2 个正方形格子的位置。这一数据被记录在新建立的矩阵 D 的第一个元素中,即

$$D(1,1) = -2 \quad (8)$$

在竖直方向上, u 点距离 b 点 2 个正方形格子的距离,这一数据被记录在新建立的矩阵 E 的第一个元素中,即

$$E(1,1) = 2 \quad (9)$$

将矩阵 D 作为 x 轴数据,矩阵 E 作为 y 轴数据,矩阵 C 作为 z 轴数据,可得到 xyz 坐标系的第一个数据点 $(-2, 2, 0)$ 。这个数据点正是光学接收器图 1(b)所示孔径平均函数的起始点。

第七步,将位移孔径及其正方形框架 $uvxw$ 向右移

动一个正方形格子。若向右移动会导致其超出位移范围,则应将位移孔径及其正方形框架移至下一行的最左端。位移后的效果如图 3(d)所示,由此可得到图 3(d)映射后的矩阵为

$$B_{6,6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

第七步包含位移和映射的步骤。该映射过程用 Matlab 编程实现。

第八步,程序将跳转回第五步,并重复执行第五步至第七步的操作。在这一过程中,将计算当前位置下 2 种孔径的交叠面积以及正方形框架的质心间距矢量,并据此获取下一个数据点。当正方形框架因向右移动位移孔径而超出设定的位移范围,即到达 t 点时,整个循环流程将终止。

2 实验验证

本文将详细探讨卡塞格林光学望远镜的孔径平均函数的计算方法。与圆透镜相比,卡塞格林望远镜的结构更为复杂,不仅包含主镜,还有次镜。因此,在计算其孔径平均函数时,需要引入一个关键参数——遮挡比,即次镜与主镜直径的比值。本文设定卡塞格林望远镜的遮挡比 $d/R=1:5$,其中 d 表示次镜的直径, R 表

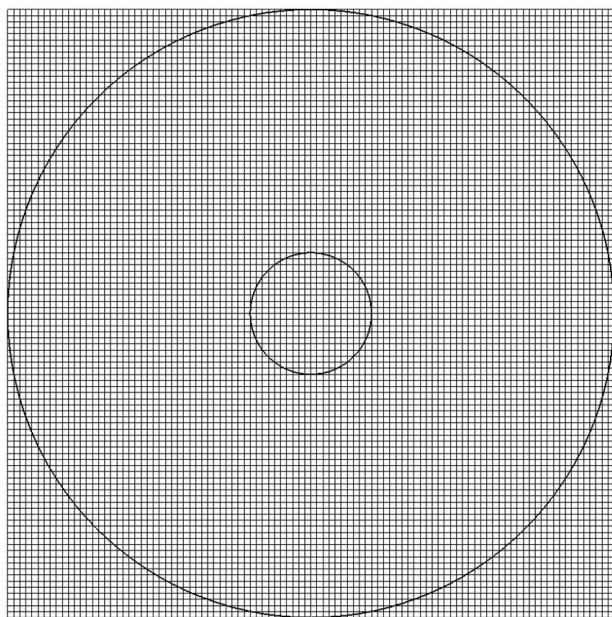
示主镜的直径。

本文用一个正方形框架来套住一个遮挡比为 1:5 的卡塞格林望远镜的孔径投影,并通过取参数 $n=100$,使该正方形框架具有 100×100 个正方形格子,得到图卡塞格林望远镜的二维投影如图 4(a)所示。其中,外圆对应主镜,直径为 100 个正方形格子;内圆对应次镜,直径为 20 个正方形格子。为了进行后续分析,本文将图 4(a)映射到一个 100×100 的矩阵中,即圆环区域内的格子映射为 1,非圆环区域映射为 0,其中的每一个格子对应矩阵中的一个元素,共包含 10 000 个元素。映射过程如下:

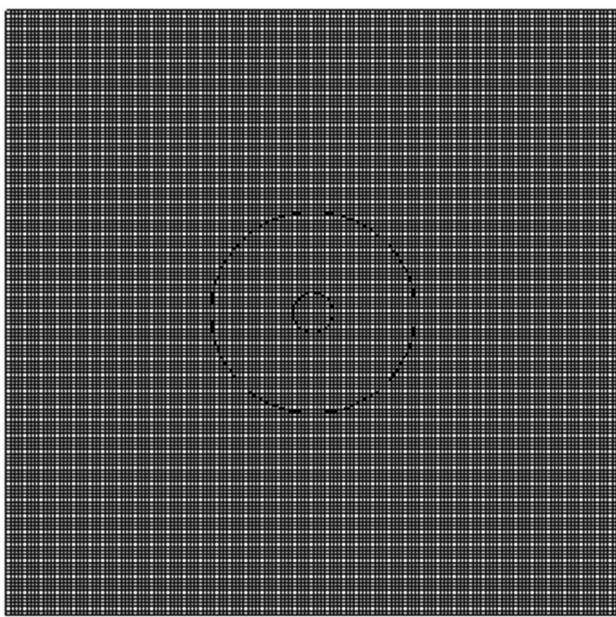
1) 确定图 4(a)中央的 4 个格子,记录它们的行列序号。这 4 个格子将作为参考点,用于确定其它格子与中央格子的距离。然后,对于图 4(a)中的任意一个格子,计算其与中央格子的距离。若该距离在内外圆半径之间,则将该格子在矩阵中对应的元素设为 1,否则设为 0。

2) 构建一个更大的位移范围,大小为 300×300 个格子。将图 4(a)及其正方形框架置于该位移范围的中心,示意图如图 4(b)所示。然后,将图 4(b)映射为基准矩阵 A ,其中环形区域的格子映射为 1,其余格子映射为 0。

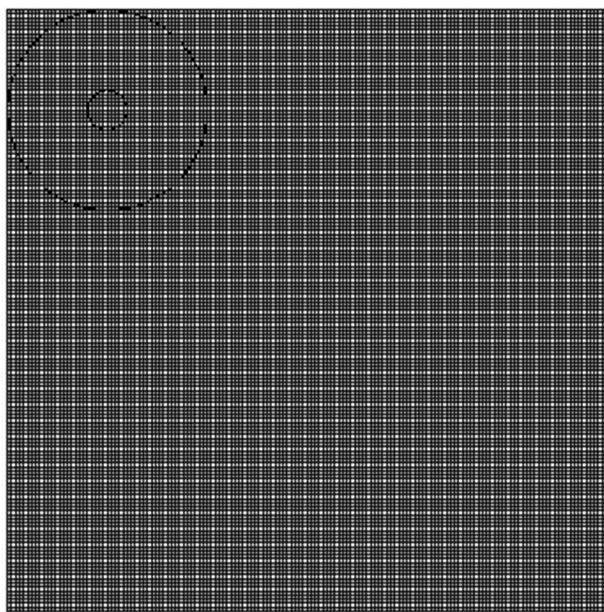
3) 将图 4(a)的副本放置于位移范围的最左上角,示意图如图 4(c)。同样地,将图 4(c)映射为位移矩阵 B 。为了计算 2 种孔径的交叠面积,本文将矩阵 A 和矩阵 B 对应位置的元素相乘,得到矩阵 T 。矩阵 T 中元



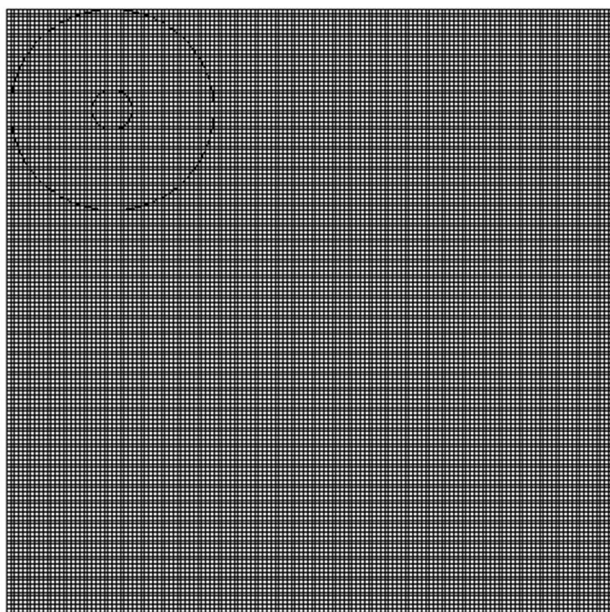
(a) 卡塞格林望远镜的二维投影



(b) 将图 4(a)及其正方形框架置于该位移范围示意图中心



(c) 将位移孔径及其正方形框架放置于位移范围的最左上角示意图



(d) 将图 4(c) 的位移孔径及其正方形框架整体向右平移一个正方形格子

图 4 计算卡塞格林望远镜孔径平均函数的过程

素为 1 的个数即表示重叠的正方形格子数目。

4) 计算图 4(c) 的位移孔径与图 4(b) 的基准孔径在 x 轴和 y 轴方向上的距离, 用格子数表示。这 2 个距离实际上就是质心间距矢量在 x 轴和 y 轴方向上的分量投影。这样, 本文就得到了一个包含 3 个分量的数据点: x 轴方向距离、 y 轴方向距离、交叠格子数。本文将这些数据记录在矩阵 F 的第一列。矩阵 F 的格式如下:

$$F = \begin{bmatrix} \text{沿着 } x \text{ 轴方向的距离} & \dots & \dots \\ \text{沿着 } y \text{ 轴方向的距离} & \dots & \dots \\ \text{正方形格子重叠数目} & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (11)$$

5) 将图 4(c) 的位移孔径及其正方形框架整体向右平移一个正方形格子, 平移结果如图 4(d) 所示。在 Matlab 中, 这可以通过将矩阵 B 的最右列删除并在最左侧添加一列 0 来实现。重复之前的步骤, 计算新的交叠面积和质心间距, 并将结果保存在矩阵 F 的第二列。

6) 继续将位移孔径及其正方形框架向右平移, 并在必要时向下平移一行以保持其在位移范围内。重复这个过程, 直到孔径的正方形框架超出位移范围的最右下角为止。

7) 本文得到了包含所有必要数据的矩阵 F 。这个矩阵完整地描述了接收器的孔径平均函数。通过以矩阵 F 的第一行作为 x 坐标, 第二行作为 y 坐标, 第三行作为 z 坐标, 则可以在 Matlab 中绘制出孔径平均函数的三维图, 如图 5 所示。可以看出, 当位移孔径与基

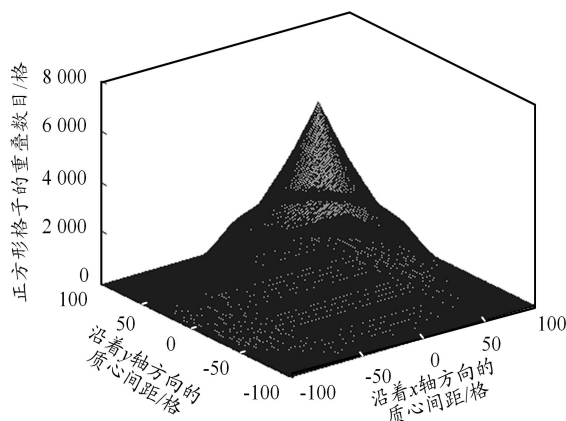


图 5 卡塞格林望远镜的孔径平均函数的三维曲面

准孔径完全重合时, 孔径平均函数达到最大值。在选择 $n=100$ 的情况下, 正方形格子的重叠数目达到最大, 即 7 664 次。若 n 取其它值, 则正方形格子的重叠数目会有不同的最大值。因此, 在研究孔径平均函数时, 本文通常关注的是其归一化后的形态。沿着 x 轴方向, 正方形格子的最大偏移数目为 100 个; 沿着 y 轴方向, 亦是如此。而沿着 z 轴方向, 正方形格子的最大重叠数目为 7 664 个。

图 5 显示, 卡塞格林望远镜的孔径平均函数三维曲面呈现出旋转对称性。通过对图 5 中直角坐标系的 3 个方向进行归一化处理, 可以得到卡塞格林望远镜孔径平均函数的归一化三维曲面, 并进一步得到其二维曲线, 如图 6 所示。可以看出, 使用本文方法计算的结果与理论值结果^[4]之间几近一致, 误差非常小。因

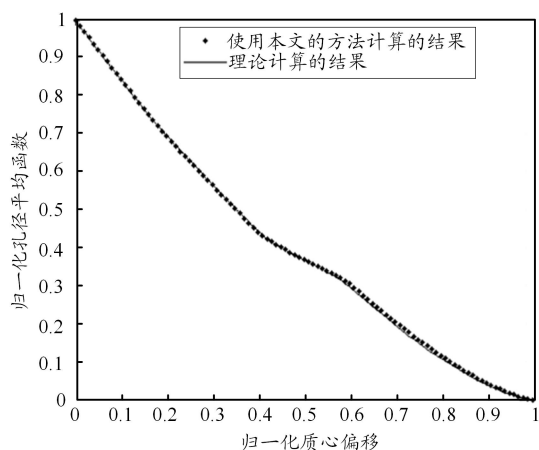


图6 卡塞格林望远镜的孔径平均函数的归一化二维曲线

此,本文提出的二维映射计算方法能够有效地计算出卡塞格林望远镜的孔径平均函数。

3 结束语

本文提出了一种计算任意复杂形状的光学接收

器孔径平均函数的方法,即二维映射方法。当计算任意复杂形状的接收孔径的孔径平均函数时,只要把该孔径的数学形状进行二维映射,用格子对其进行划分,真实孔径区域赋值为1,非真实孔径区域赋值为0,按照上文介绍的步骤,就可以计算其孔径平均函数。实验结果表明:与理论结果相比,该方法在计算孔径平均函数时具有极小的误差。

参考文献:

- [1] FRIED D L. Aperture averaging of scintillation[J]. Journal of the Optical Society of America, 1967, 57(2): 169-175.
- [2] YANG C. A method for calculating the aperture averaging function of an arbitrary shape optical receiver by mapping it to a one-dimensional array [EB/OL]. [2023-11-01]. <https://doi.org/10.1080/17455030.2022.2149888>.
- [3] 杨昌旗. 一种计算任意复杂形状光学接收器的孔径平均函数的方法和实现装置:中国,202011074867.3[P]. 2021-01-12.
- [4] YANG C, XU N, LIU S, et al. Analytic expression of the aperture averaging function for cassegrain system[C]//IEEE. Proceedings of Progress In Electromagnetics Research Symposium. New York: IEEE, 2016: 2954 - 2958.