

最小二乘法用于 BOTDR/BOTDA 解调时误差的影响因素研究

莫巧灵¹,陈永辉²

(1.广西安全工程职业技术学院 电子与信息安全系,南宁 530100;2.华北电力大学 电子与通信工程系,河北 保定 071003)

摘要:为了分析布里渊谱测量时相关因素对布里渊光时域反射计/布里渊光时域分析计(BOTDR/BOTDA)解调误差的影响,首先基于洛伦兹谱形仿真产生了不同参数下的含噪布里渊谱,然后采用基于洛伦兹谱形的最小二乘拟合法计算了不同情况下的布里渊频移误差。计算结果表明:当频率扫描点数固定不变时频率扫描范围不应该选择过大和过小,建议频率扫描范围设置为 $1.2\Delta\nu_B$;当频率扫描范围不变时,布里渊频移误差随频率扫描点数增加而呈指数规律减小;布里渊频移误差随信噪比增加而呈指数规律减小;当频率扫描范围与线宽的比值和频率扫描点数均保持不变时,布里渊频移误差随布里渊线宽增加而近似成正比增大。

关键词:分布式光纤传感;布里渊散射;洛伦兹谱形;最小二乘拟合法;解调;影响因素

中图分类号: TN247 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5561(2022)03-0027-06

DOI: 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2022.03.006

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Research on the influence factors of error in BOTDR/BOTDA demodulation by least-squares method

MO Qiaoling¹, CHEN Yonghui²

(1. Department of Electronic and Information Security, Guangxi Vocational College of Safety Engineering, Nanning 530100, China;

2. Department of Electronic and Communication Engineering, North China Electric Power University, Baoding Hebei 071003, China)

Abstract: In order to analyze the influence of related factors of demodulation error in Brillouin optical time-domain reflectometry/Brillouin optical time domain analysis (BOTDR/BOTDA), firstly, the noisy Brillouin spectra with different parameter values is simulated generated based on the Lorentzian profile. Then the Brillouin frequency shift error in the different conditions is calculated by use of the least-squares fitting method based on the Lorentzian profile. The results reveal that when the number of sweeps is fixed, the frequency scanning range is not recommended to be too large or too small, and the recommended frequency sweep range is $1.2\Delta\nu_B$. When the frequency sweep range is constant, the Brillouin frequency shift error decreases exponentially with increasing number of frequency sweep. The Brillouin frequency shift error decreases exponentially with increasing signal-to-noise ratio. When the ratio of frequency sweep range to linewidth and the number of frequency sweep are constant, the Brillouin frequency shift error increases approximately in direct proportion with the increase of Brillouin linewidth.

Key words: distributed optical fiber sensing, Brillouin scattering, Lorentzian profile, least-squares fitting method, demodulation, influencing factors

0 引言

随着工农业的发展和人民生活水平的提高,大型

收稿日期:2022-03-12。

基金项目:河北省自然科学基金项目(批准号:E2020502010)资助;中央高校基本科研业务费项目(批准号:2019MS090)资助。

作者简介:莫巧灵(1985—)女,硕士学历,讲师,主要研究方向为计算机技术、信息安全和光纤传感等。



桥梁、摩天大楼、输电线路、光缆、输油管道和铁轨等大型结构的数量越来越多,要保证它们能安全运行就需定期或不定期监测其运行状态。若采用传统的点式传感器,则需要的传感器数量太多,给实际应用带来不便,而分布式光纤传感器可以解决该问题^[1-4]。

光纤中的入射光会发生布里渊散射,利用布里渊光时域反射计(BOTDR)^[5-6]和布里渊光时域分析计(BOTDA)^[7-8]在入射端检测背向散射光,可计算整根光纤的温度或应变。因此,通过布里渊频移^[9]的计算得到温度/应变是 BOTDR/BOTDA 解调的关键,主要的计算

方法有基于相关的方法^[10-11]、斜坡法^[12-13]、神经网络方法^[14-15]和最小二乘拟合法(下文简称最小二乘法)^[16-18]等。基于相关的方法利用实测谱与参考谱的互相关结果确定布里渊频移,它的优势是计算速度快、对布里渊谱形状无特殊要求,但准确性偏低。斜坡法是根据布里渊频移与工作点处布里渊增益的关系,从而利用工作点处的布里渊增益计算出布里渊频移。斜坡法测量和计算速度均很快,但抗噪能力偏低,且对布里渊频移变化范围有要求,否则会出现很大误差,它更适用于对测量速度要求较高的场合。神经网络方法利用网络的学习能力训练得到布里渊谱到布里渊频移的映射,利用训练完成的神经网络可以快速计算布里渊频移,而且也具有不错的准确性。但它通常要求使用时布里渊谱参数与训练时的参数严格一致才可以使用。最小二乘法基于一定的谱形状建立目标函数,通过优化目标函数计算布里渊频移。该方法的计算量偏大,但准确性和抗干扰能力在现有方法中是最好的,适合于对准确性要求比较高的场合。目前,计算布里渊频移时多将布里渊谱近似为洛伦兹谱形,现有文献给出各种布里渊频移提取算法^[14-16],但布里渊谱的相关参数会影响基于洛伦兹谱形的最小二乘法的准确性,目前没有公开报道的文献开展过类似研究。

为此,本文研究采用最小二乘法的 BOTDR/BOTDA^[19-21]解调时影响其测量准确性的相关因素。

1 基于洛伦兹谱形的最小二乘法

1.1 算法介绍

洛伦兹谱形如式(1)所示。

$$g_B(v) = g_0 \frac{(\Delta v_B/2)^2}{(v-v_B)^2 + (\Delta v_B/2)^2} \quad (1)$$

其中, g_B 为布里渊增益, v 为扫描频率, g_0 为布里渊增益的最大值, Δv_B 为布里渊线宽, v_B 为布里渊频移。在采用频率扫描方式测量离散布里渊谱后采用最小二乘法时对应的目标函数如式(2)所示。

$$E = \sum_{i=0}^{N-1} e_i^2 \quad (2)$$

其中, E 为增益误差的平方和; N 为频率扫描点数; e_i 为第*i*个扫描频率对应的布里渊增益误差,如式(3)所示。

$$e_i = g_B(v_i) - g_{Bi} \quad (3)$$

其中, v_i 为第*i*个扫描频率值, g_{Bi} 为第*i*个扫描频率点测量得到的布里渊增益。式(2)属于非线性最小二乘拟合,故采用 Levenberg-Marquardt 算法对目标函数进行优化,对应可调变量的修正公式如式(4)所示。

$$V(k+1) = V(k) - (Y(k)^T Y(k) + \lambda U)^{-1} Y(k)^T e(k) \quad (4)$$

其中, $V = [v_1, v_2, v_3] = [g_0, v_B, \Delta v_B]$ 为算法中待优化变量组成的数组; k 为迭代次数; Y 为 Jacobian 矩阵; λ 为算法运行中自动调节的变量^[22],本文中 λ 的初始值设置为1; U 为三阶单位矩阵; $e = [e_0, e_1, \dots, e_N]^T$ 为误差列向量。

当最小二乘拟合收敛时,待优化变量随迭代次数的增加趋于稳定值。综合考虑后采用如下准则来决定迭代算法是否停止:式(5)如果成立则迭代终止,如果不是严格成立则继续迭代优化。

$$\begin{cases} |(v_i(k+K) - v_i(k+K-1))/v_i(k+K-1)| < 10^{-4} \\ |(v_i(k+K-1) - v_i(k+K-2))/v_i(k+K-2)| < 10^{-4}, i=1, 2, 3 \\ \vdots \\ |(v_i(k+1) - v_i(k))/v_i(k)| < 10^{-4} \end{cases} \quad (5)$$

其中, K 表示迭代时判断收敛的一个参数,此处 $K=7$ 。

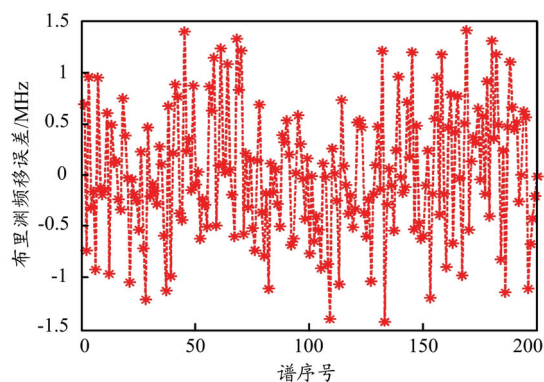
1.2 算法验证

本文通过仿真布里渊谱验证 1.1 节中算法对布里渊谱拟合的有效性。相关参数设置如下: $g_0=1$, $v_B=10.8$ GHz, $\Delta v_B=40$ MHz,信噪比(SNR)为20 dB;采用均值为0且服从正态分布的随机变量模拟噪声;频率扫描范围为2个线宽。随机产生200个含噪布里渊谱,采用最小二乘法计算得到的布里渊频移误差如图1(a)所示,最小和最大布里渊频移误差对应的含噪布里渊谱及对应的拟合曲线如图1(b)和图1(c)所示。

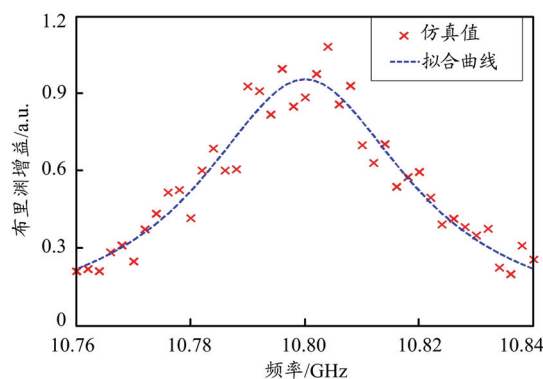
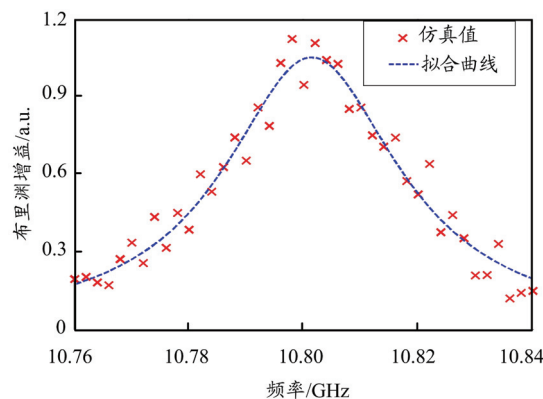
由图1(a)可知,不同含噪布里渊谱对应布里渊频移误差围绕0近似正负对称分布;由图1(b)和图1(c)可知,针对不同含噪布里渊谱,最小二乘法均可以有效逼近布里渊谱,计算得到的布里渊频移准确性有保障。

2 布里渊频移误差影响因素的研究

本文根据式(1)仿真产生布里渊谱,研究频率扫描范围、频率扫描点数、布里渊增益的噪声水平和布里渊线宽选择不同值对布里渊频移误差的影响规律。相关参数设置如下:SNR 设置为10 dB、20 dB 和30 dB,分别代表信噪含量为低、中和高的情况;为了更好地显示规律性,频率扫描范围的取值范围适当大一些,为 $0.4\Delta v_B \sim 6\Delta v_B$;考虑到频率扫描点数直接影响测量时间,为了比较的公平性,不同频率扫描范围下频率扫描点数设置为固定值,即41;为了抑制噪声随机性对结果的干扰,对于以上每个参数组合,布里渊谱随机产生10000次,本文中的误差为10000个误差幅值的均值;其它参数与1.2节一致。



(a) 布里渊频移误差

(b) 布里渊频移误差为 -1.61×10^{-3} MHz

(c) 布里渊频移误差为 1.41 MHz

图 1 基于洛伦兹谱形的最小二乘法的验证

2.1 频率扫描范围

不同 SNR 下计算得到布里渊频移误差与频率扫描范围的关系如图 2 所示。可以看出,频率扫描范围对布里渊频移误差有显著影响,但其影响不是单调的,而是较小和较大的频率扫描范围下误差较大。这是因为当频率扫描范围过小时对应的布里渊谱中未能包括足够多的谱形状信息,导致布里渊频移误差较大;当频率扫描范围过大时大部分点位于增益接近零的区域,这些点对确定谱形状没有价值,也会导致布

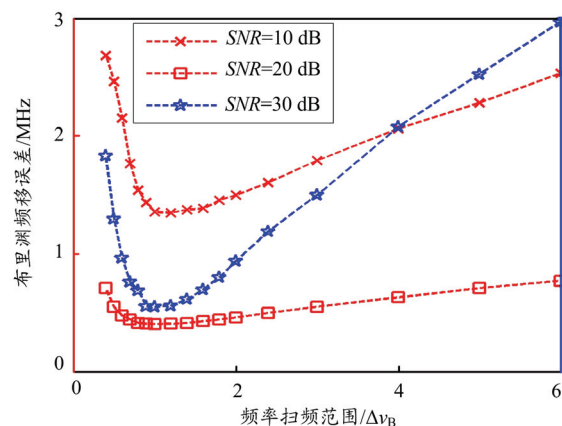


图 2 布里渊频移误差与频率扫描范围的关系

里渊频移误差较大。因此,要减小误差需要选择合适的频率扫描范围。

为了更好地展示不同频率扫描范围下的拟合效果,在 SNR 为 20 dB 且频率扫描范围分别为 $0.4\Delta v_B$ 、 $1.2\Delta v_B$ 和 $6\Delta v_B$ 时,仿真得到含噪布里渊谱及对应的拟合结果如图 3 所示。可以看出,最小二乘法可以获得最佳的拟合曲线,因此计算的布里渊频移及误差的分析结果是可靠的。

本文将误差最小的频率扫描范围定义为最优频率扫描范围,则当 SNR 为 10 dB、20 dB 和 30 dB 时最优频率扫描范围分别为 $1.2\Delta v_B$ 、 Δv_B 和 Δv_B 。进一步计算表明,扫描范围为 $1.2\Delta v_B$ 时布里渊频移误差接近最小值。因此,建议频率扫描范围设置为 $1.2\Delta v_B$ 。频率扫描范围在最优频率扫描范围附近时误差变化速度较慢,这也增加了最优频率扫描范围的适应性。

2.2 频率扫描点数

本节将频率扫描范围设置为 $2\Delta v_B$,频率扫描点数的取值在 7~601 范围内变化,计算得到不同 SNR 下的布里渊频移误差与频率扫描点数的关系,并采用式(6)对该关系进行拟合。

$$E_{BFS} = aN^b \quad (6)$$

其中, E_{BFS} 为布里渊频移误差绝对值的平均值,单位为 MHz; a 为待优化的系数; b 为幂,也是待优化的量; N 为频率扫描点数。

拟合得到的曲线及对应的拟合误差如图 4 所示。可以看出,当频率扫描范围不变时,随着频率扫描点数的增加布里渊频移误差逐渐减小,而且下降速度随频率扫描点数增加而减小。这是由于频率扫描点数越多,则越能有效抵消增益噪声对布里渊频移计算带来的干扰,布里渊频移误差随之逐渐减小。而当频率扫描点数足够多时,噪声的影响已经较小,误差的下降

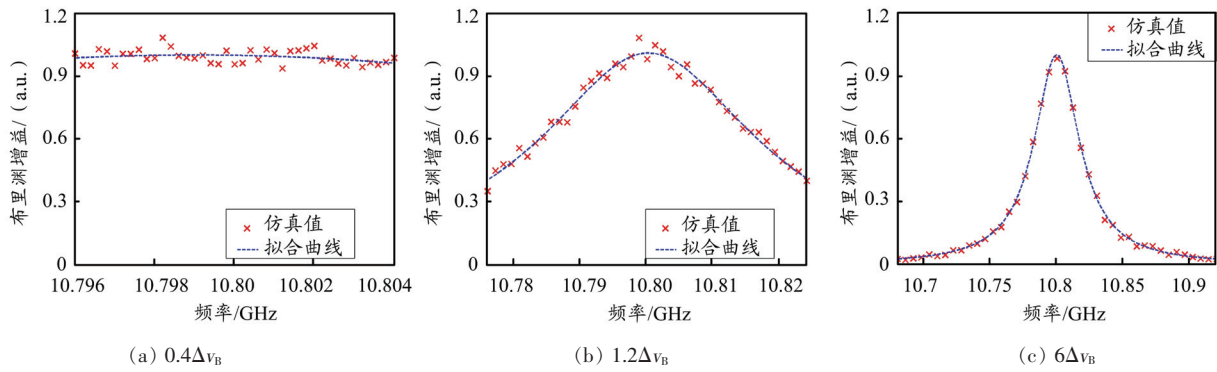


图3 SNR=20 dB 且不同频率扫描范围下的含噪布里渊谱及对应的拟合结果

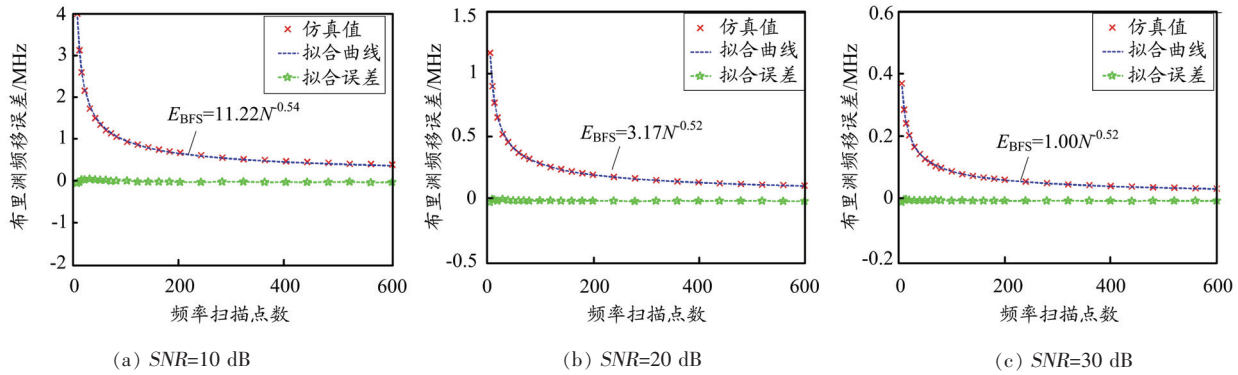


图4 布里渊频移误差与频率扫描点数的关系

速度会逐渐减小。另外,拟合得到曲线能很好地与基于洛伦兹谱形的最小二乘法计算结果吻合(拟合误差基本为零),随着频率扫描点数增加,布里渊频移误差呈幂函数规律减小,幂为 $-0.52 \sim -0.54$,均值约 -0.53 。

2.3 布里渊增益的噪声水平

本节将频率扫描范围分别设置为 Δv_B 、 $2\Delta v_B$ 和 $3\Delta v_B$;用 SNR 来表征增益的噪声水平,其取值在 10~40 dB 范围变化,步长为 5 dB。计算得到不同的频率扫描范围下布里渊频移误差与 SNR 的关系,并采用式(7)对该关系进行拟合。

$$E_{BFS} = cd^R \quad (7)$$

其中, c 为待优化的系数; d 为底数,也是待优化的量;

R 为 SNR,单位为 dB。

拟合曲线及对应的拟合误差如图 5 所示。可以看出,随着 SNR 的增加布里渊频移误差逐渐减小,而且随着 SNR 的增加误差下降速度逐渐减慢。这是因为 SNR 越高、噪声含量越低,其导致的误差必然减小。而当 SNR 较高时,误差已经较小,则 SNR 增加导致的误差下降速度也会较慢。另外,拟合得到曲线能很好地与基于洛伦兹谱形的最小二乘法计算结果吻合(拟合误差基本为零),随着 SNR 的增加布里渊频移误差成指数函数规律减小,底数为 0.89。

2.4 布里渊线宽

本节将频率扫描范围设置为 $2\Delta v_B$,布里渊线宽的

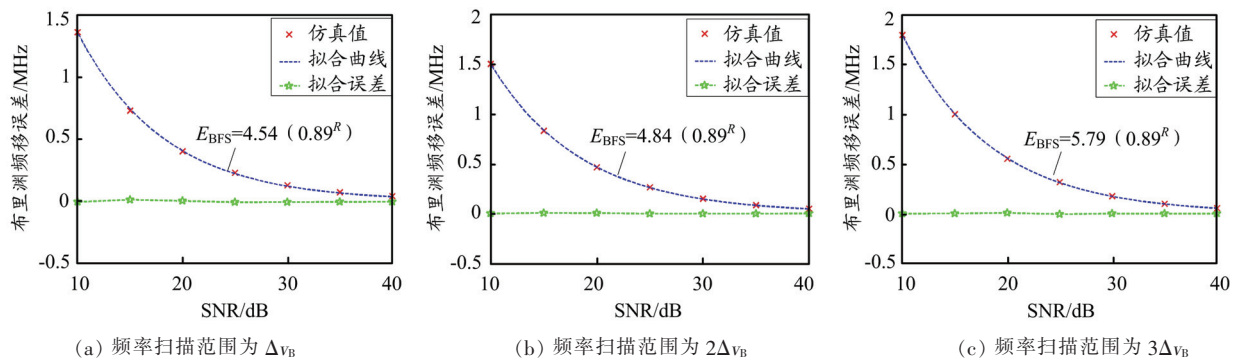


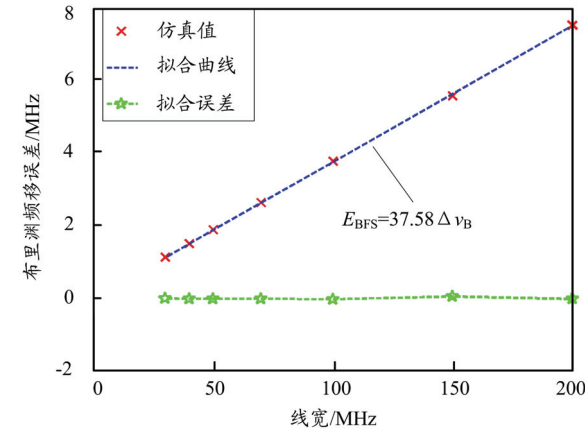
图5 布里渊频移误差与 SNR 的关系

取值在 30~200 MHz 范围变化,计算得到不同 SNR 下的布里渊频移误差与布里渊线宽的关系,并采用式(8)对该关系进行拟合。

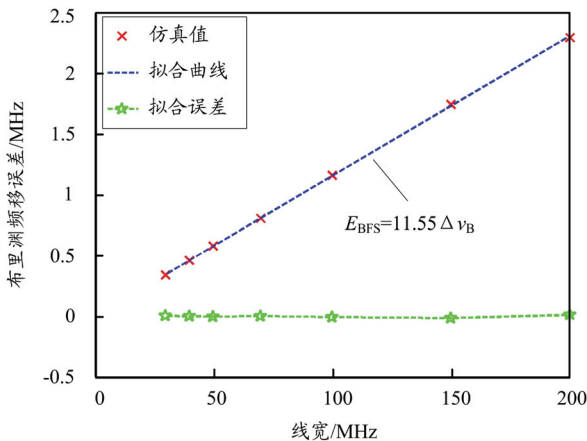
$$E_{\text{BFS}} = f \Delta \nu_{\text{B}} \quad (8)$$

其中, f 为待优化的系数。

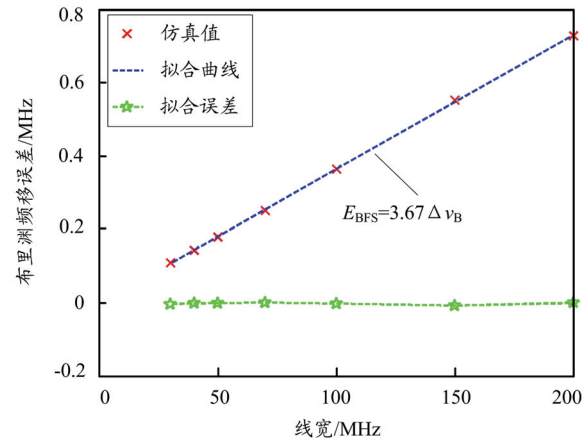
拟合曲线及对应的拟合误差如图 6 所示。可以看



(a) SNR=10 dB



(b) SNR=20 dB



(c) SNR=30 dB

图 6 布里渊频移误差与布里渊线宽的关系

出,布里渊频移误差随布里渊线宽增加而近似线性增大。另外,拟合得到曲线能很好地与基于洛伦兹谱形的最小二乘法计算结果吻合(拟合误差基本为零),当频率扫描范围和频率扫描点数均不变时,随着布里渊线宽的增加,布里渊频移误差近似正比增加。

3 结束语

本文基于洛伦兹谱形仿真产生了不同频率扫描范围、频率扫描点数、SNR 和布里渊线宽情况下的布里渊谱,编程实现了基于洛伦兹谱形的最小二乘法并对以上仿真布里渊谱进行计算,计算结果表明:①当频率扫描点数保持不变时,布里渊频移误差随频率扫描范围增加呈一种开口向上的 U 型曲线,最佳频率扫描范围为 $1.2\Delta \nu_{\text{B}}$;②当频率扫描范围保持不变时,布里渊频移误差随频率扫描点数增加而指数规律减小,指数为 -0.53 左右;③布里渊频移误差随 SNR 增加而指数规律减小,底数为 0.89;④当频率扫描范围与线宽的比值和频率扫描点数均保持不变时,布里渊频移误差随布里渊线宽增加而近似正比增大。本文的研究为 BOTDR/BOTDA 解调时误差的分析和测量参数的选择提供了参考。

参考文献:

- [1] MIN R, LIU Z, PEREIRA L, et al. Optical fiber sensing for marine environment and marine structural health monitoring: a review [J]. Optics & Laser Technology, 2021, 140: 107082-1-107082-12.
- [2] WANG H P, XIANG P, JIANG L Z. Strain transfer theory of industrialized optical fiber-based sensors in civil engineering: a review on measurement accuracy, design and calibration [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2019, 285: 414-426.
- [3] FLORIS I, ADAM J M, CALDER N P A, et al. Fiber optic shape sensors: a comprehensive review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2021, 139: 106508-1-106508-17.
- [4] 张楚谦,李龙云,刘春堂,等.基于分布式光传感的输电线路地震信号分析[J].光通信技术,2021,45(3):32-36.
- [5] BAO X, CHEN L. Recent progress in Brillouin scattering based fiber sensors [J]. Sensors, 2011, 11(4): 4152-4187.
- [6] MOTIL A, BERGMAN A, TUR M. State of the art of Brillouin fiber-optic distributed sensing [J]. Optics & Laser Technology, 2016, 78: 81-103.
- [7] ABBASNEJAD M, ALIZADEH B. FPGA-based implementation of a novel method for estimating the Brillouin frequency shift in BOTDA and BOTDR sensors[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(5): 2015-2022.
- [8] ZHOU D W, DONG Y K, WANG B Z, et al. Single-shot BOTDA based on an optical chirp chain probe wave for distributed ultrafast measurement[J]. Light: Science & Applications, 2018, 7(1): 32-1-32-11.

- [9] HORIGUCHI T, SHIMIZU K, KURASHIMA T, et al. Development of a distributed sensing technique using Brillouin scattering [J]. Journal of Lightwave Technology, 1995, 13(7): 1296–1302.
- [10] HONG X B, ZHANG X Y, SUN X Z, et al. A fast method for Brillouin frequency shift estimation[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2018, 284: 6–11.
- [11] WANG F, ZHAN W, LU Y, et al. Determining the change of Brillouin frequency shift by using the similarity matching method [J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(19): 4101–4108.
- [12] MOTIL A, DANON O, PELED Y, et al. Pump-power-independent double slope-assisted distributed and fast Brillouin fiber-optic sensor[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014, 26(8): 797–800.
- [13] ZHANG H, ZHOU D, WANG B, et al. Recent progress in fast distributed Brillouin optical fiber sensing [J]. Applied Sciences, 2018, 8(10): 1820-1–1820-17..
- [14] SUN X, HONG X, WANG S, et al. Frequency shift estimation technique near the hotspot in BOTDA sensor [J]. Optics Express, 2019, 27(9): 12899–12913.
- [15] LU C, LIANG Y, JIA X, et al. Artificial neural network for accurate retrieval of fiber Brillouin frequency shift with non-local effects [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(15): 8559–8569.
- [16] XU Z N, ZHAO L J, QIN H. Selection of spectrum model in estimation of Brillouin frequency shift for distributed optical fiber sensor [J]. Optik, 2019, 199: 163355-1–163355-9.
- [17] KWON H, KIM S, YEOM S, et al. Analysis of nonlinear fitting methods for distributed measurement of temperature and strain over 36 km optical fiber based on spontaneous Brillouin backscattering [J]. Optics Communications, 2013, 294: 59–63.
- [18] PANNELL C N, DHILIWAYO J, WEBB D J. The accuracy of parameter estimation from noisy data, with application to resonance peak estimation in distributed Brillouin sensing [J]. Measurement Science and Technology, 1998, 9(1): 50–57.
- [19] BAI Q, WANG Q, WANG D, et al. Recent advances in Brillouin optical time domain reflectometry[J]. Sensors, 2019, 19(8): 1862-1–1862-45.
- [20] 李永倩, 范海军, 张立欣, 等. 布里渊散射交叉敏感解决方法综述[J]. 半导体光电, 2021, 42(3): 301–307.
- [21] ZOU W W, HE Z Y, HOTATE K. Demonstration of Brillouin distributed discrimination of strain and temperature using polarization-maintaining optical fiber [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2010, 22(8): 526–528.
- [22] 陈宝林. 最优化理论与算法(第2版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 389–391.