

## 基于存储环的光子数分辨 QPSK 量子增强接收方案

温 锴<sup>1</sup>, 白恩浩<sup>1</sup>, 禹钧译<sup>1</sup>, 张振荣<sup>1</sup>, 董书秋<sup>2\*</sup>

(1. 广西大学 计算机与电子信息学院, 南宁 530004; 2. 广西北港大数据科技有限公司, 南宁 538002)

**摘要:** 为了提升微弱正交相移键控(QPSK)调制信号的接收性能并突破标准量子极限(SQL)的限制, 提出了一种基于光纤存储环的光子数分辨(PNR)量子增强接收方案。该方案通过结合单光子探测器(SPD)与光纤存储环结构, 实现了高效的光子数分辨能力, 并利用自适应反馈控制和贝叶斯概率更新动态优化位移算子, 显著降低了系统复杂度与实现成本。仿真结果表明: 在平均光子数  $|\alpha|^2 \geq 1.5$  时, 该方案误符号率突破 SQL, 较传统 SPD 方案降低约 10%; 尤其在弱相干态 ( $|\alpha|^2 < 2$ ) 下, 存储环结构展现出更高的测量精度和更低的误符号率。

**关键词:** 光子数分辨技术; 自适应反馈; 光纤存储环; 贝叶斯反馈; 量子增强接收技术

**中图分类号:** TN929.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5561(2025)04-0092-05

**DOI:** 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2025.04.017

**开放科学(资源服务)标识码(OSID):**



## Photon-number-resolving QPSK quantum-enhanced receiver scheme based on storage ring

WEN Kai<sup>1</sup>, BAI Enhao<sup>1</sup>, YU Junyi<sup>1</sup>, ZHANG Zhenrong<sup>1</sup>, DONG Shuqiu<sup>2\*</sup>

(1. School of Computer and Electronic Information, Guangxi University, Nanning 530004, China;

2. Guangxi Beigang Big Data Technology Co., Ltd., Nanning 538002, China)

**Abstract:** To improve the reception performance of weak quadrature phase-shift keying (QPSK) modulated signals and surpass the standard quantum limit (SQL), this paper proposes a photon-number-resolving (PNR) quantum-enhanced receiver scheme based on a fiber storage ring. By integrating single-photon detectors (SPDs) with a fiber storage ring structure, the scheme achieves efficient photon-number-resolving capability. Adaptive feedback control and Bayesian probability updates dynamically optimize the displacement operator, significantly reducing system complexity and implementation costs. Simulation results demonstrate that when the average photon number  $|\alpha|^2 \geq 1.5$ , the symbol error rate of this scheme breaks the SQL, showing approximately a 10% reduction compared to traditional SPD schemes. Particularly under weak coherent states ( $|\alpha|^2 < 2$ ), the storage ring structure exhibits higher measurement accuracy and lower error rate.

**Key words:** photon-number-resolving technology, adaptive feedback, fiber storage ring, Bayesian feedback, quantum-enhanced receiver technology

## 0 引言

相干态作为光通信系统的核心信息载体,在星地

收稿日期: 2025-05-07。

基金项目: 广西重点研发计划项目(桂科 AB23075155、桂科 AB23075199)资助。

作者简介: 温锴(2000—),男,硕士研究生,现就读于广西大学计算机与电子信息学院通信工程专业,主要从事量子增强接收的研究及其仿真验证工作。

\* 通信作者: 董书秋(1979—),女,硕士,高级经济师,现就职于广西北港大数据科技有限公司,主要研究方向为量子通信以及光通信网络方面的研究工作。



通信及低光子通量场景中具有重要应用价值<sup>[1-3]</sup>。然而,此类弱信号的高效检测对接收灵敏度提出了更高要求;传统接收方案受限于标准量子极限(SQL)<sup>[4-5]</sup>,而量子增强接收技术通过优化量子测量策略,能够突破经典散粒噪声限制,其理论精度由 Helstrom 极限(HB)界定<sup>[6-8]</sup>。

光子数分辨(PNR)能力是量子通信系统的关键技术需求。现有研究主要围绕 3 个方向展开:自适应反馈控制<sup>[9-13]</sup>、位移算子优化<sup>[14-16]</sup>以及光子数分辨探测器(PNRD)集成<sup>[17-19]</sup>。然而,在弱相干态 ( $|\alpha|^2 < 2$ ) 条件下,

这些方案仍受限于系统复杂性和 PNRD 的高成本。传统单光子探测器 (SPD) 仅具有二进制响应能力,而超导 PNRD 器件则需要低温工作且成本高昂。

鉴于此,本文提出一种基于存储环的光子数分辨正交相移键控 (QPSK) 量子增强接收方案<sup>[21]</sup>,在保持量子优势的同时显著降低实现复杂度。

## 1 量子增强接收机的模型与优化

### 1.1 量子增强接收机模型

图 1 为量子增强接收机的结构框图。该接收机由分束镜、SPD、量子反馈控制器和本振相干模块构成。在系统工作时,输入信号相干态脉冲(时宽为  $T$ ,采用 QPSK 编码格式的相干态  $|\alpha_m\rangle$ )被均分为  $N$  个时域分区,其中  $m=0,1,2,3$ 。当处理第  $j$  个分区( $j=1,2,\dots,N$ )时,系统执行以下工作流程:

1) 在初始测量阶段,相干光经分束镜进入系统后首先对量子态分区(第一周期)施加预设的位移算符  $\hat{D}(\beta)$ ,随后通过 SPD 进行光子数分辨探测,获取初始量子态投影信息。量子反馈控制器对测量结果进行解析,并将优化参数反馈至本振系统模块,动态调整第二周期扩展分区的位移算符  $\hat{D}(\beta)$  配置。

2) 完成  $N$  级分区迭代测量后,系统执行第一分区信号归零操作( $\alpha_0 \rightarrow 0$ )以抑制本底噪声,最终基于量子态判别矩阵实现相干态符号的贝叶斯最优判决。这种分阶段位移策略采用量子信息前馈处理方式,有效减少了传统方案所需的并行测量通道数量。

3) 信号光脉冲与本振光位移算子干涉后,由 SPD 进行探测。当两者编码态一致时,探测器无响应;当编码态存在差异时,SPD 将探测到剩余光子。动态探测结果  $\vec{d}_k \in \{0(\text{off}), 1(\text{on})\}$  对应的测量算符可表示为  $\hat{\Pi}_0 = e^{-\nu} \sum_{n=0}^{\infty} (1-\eta)^n |n\rangle\langle n|$  和  $\hat{\Pi}_1 = \hat{I} - \hat{\Pi}_0$ 。其中,  $\nu$  为暗计数率,  $\eta$  为 SPD 检测效率,  $\hat{I}$  为单位算符。因此,单个位移算子  $\beta$  与接收编码相干态  $\alpha_m$  干涉后未被探测到光子的概率为

$$P(d_k | \alpha_m; \beta) = P(0 | \alpha_m; \beta) = \langle \alpha_m | \hat{D}^\dagger(-\beta) \times \hat{D}(-\beta) | \alpha_m \rangle = e^{-\nu - \eta |\alpha - \beta|^2} \quad (1)$$

其中,  $d_k$  为单次检测结果。

探测过程首先在第一个分区将信号  $\alpha_0$  归零。若获得“off”结果,则在第二个分区继续对  $m=0$  信号归零;若出现“on”结果,则判定输入信号为  $m=1,2,3$  中的某

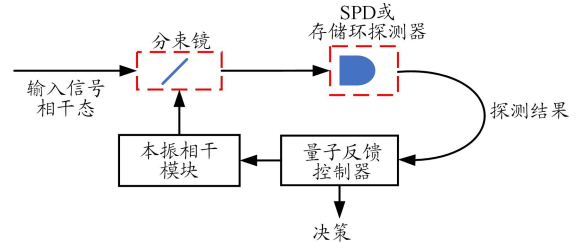


图 1 量子增强接收机结构框图

一状态。各相干态后验概率如表 1 所示,系统根据后验概率动态选择下一归零信号。第  $j$  个响应后的信号后验概率<sup>[22]</sup>为

$$P(\alpha_m | \{d_k\}) = \frac{\prod_{k=1}^j P(d_k | \frac{\alpha_m}{\sqrt{M}}; \beta_k)}{\sum_{n=0}^3 \prod_{k=1}^j P(d_k | \frac{\alpha_n}{\sqrt{M}}; \beta_k)} \quad (2)$$

其中,  $\beta_k$  为位移算子,  $k$  为分区数。

表 1 相干态后验概率

| 输入信号       | 检测结果 | 概率                                                                                                                            |
|------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha_0$ | off  | $e^{-\nu}$                                                                                                                    |
| $\alpha_1$ | on   | $e^{-\nu - \frac{2\eta\alpha^2}{3}} \left( \frac{1 - e^{-\frac{2\eta\alpha^2}{3}}}{1 - e^{-\frac{2\eta\alpha^2}{3}}} \right)$ |
| $\alpha_2$ | on   | $e^{-\nu - \frac{4\eta\alpha^2}{3}} \left( \frac{1 - e^{-\frac{4\eta\alpha^2}{3}}}{1 - e^{-\frac{4\eta\alpha^2}{3}}} \right)$ |
| $\alpha_3$ | on   | $e^{-\nu - \frac{2\eta\alpha^2}{3}} \left( \frac{1 - e^{-\frac{2\eta\alpha^2}{3}}}{1 - e^{-\frac{2\eta\alpha^2}{3}}} \right)$ |

在假设 4 个信号状态具有相等先验概率的前提下,将信号状态平均分为  $M$  个时间分区。系统最终选择使  $\alpha_m$  后验概率最大化的信号状态作为接收判决结果。

### 1.2 量子增强接收机的优化

为提升 QPSK 信号相位信息的解析精度并降低误符号率,本文将基于存储环的 SPD 光子数分辨技术引入量子增强接收机结构。该方案采用由光纤存储环、SPD 和现场可编程门阵列 (FPGA) 控制系统构成的存储环类 PNRD,其结构原理如图 2 所示。

#### 1.2.1 光子数分辨原理

初始光子数  $N_0$  通过耦合器进入光纤存储环,环路效率为  $\gamma$ 。在每轮循环中,环内光子以耦合率  $\epsilon_k$  输出至 SPD,剩余光子继续循环。SPD 的探测结果  $\vec{d}_k \in \{0, 1\}$  反馈至 FPGA 控制系统,结合探测效率  $\eta$  和暗计数率  $\nu$ ,更新光子数的后验概率分布  $P(N_0 | \vec{d}_k)$ ,并动态优化下一轮耦合率  $\epsilon_{k+1}$ 。该过程迭代进行,直至环内光子数趋近于零,最终输出光子数估计值  $N_{\text{est}}$ 。

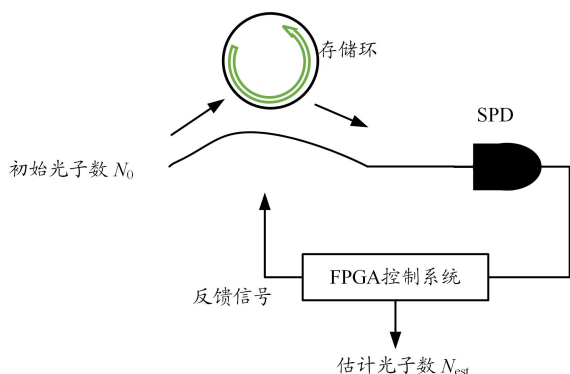


图2 存储环类 PNRD 结构原理图

### 1.2.2 探测效率分析

在每轮循环中,一个光子被成功探测到的概率为

$$\eta_1 = \eta \epsilon_k \gamma \quad (3)$$

其中,  $\gamma$  为环效率,  $\epsilon_k$  为耦合率,  $\eta$  为探测器效率。

考虑光子可能经历多轮循环,总探测效率为

$$\eta_{\text{总}} = \sum_{k=1}^{\infty} \gamma^{k-1} (1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)\dots(1-\epsilon_{k-1}) \epsilon_{k-1} \eta \quad (4)$$

假设耦合率  $\epsilon_k$  在每轮都可能变化,对于被动系统(固定  $\epsilon$ ),式(4)可以简化为

$$\eta_{\text{总}} = \frac{\eta \epsilon \gamma}{1 - \gamma(1 - \epsilon)} \quad (5)$$

当  $\gamma \rightarrow 1$  且  $\epsilon$  较小时,  $\eta_{\text{总}} \approx \eta$ 。自适应系统通过动态调整  $\epsilon_k$ ,如初始阶段采用高  $\epsilon_k$  快速提取光子,后续降低  $\epsilon$  以减少多光子堆积,从而优化探测效率。

### 1.2.3 暗计数分析

在每轮循环中,单轮暗计数发生的概率为  $v$ ,与是否有实际光子到达无关。在整个探测过程中,至少发生一次暗计数的概率,当检测轮数  $K$  较大时,由泰勒公式展开可得总暗计数率趋近于

$$v_{\text{总}} \approx Kv \quad (6)$$

### 1.2.4 量子增强接收机的优化实现

将存储环类 PNRD 应用于量子增强接收机时,接收到的 QPSK 信号  $|\alpha_m\rangle$  被分为 3 个分区,以平衡实现复杂度与成本。量子增强接收的核心在于利用位移操作  $\hat{D}(\beta)$  将相干态  $|\alpha_m\rangle$  的识别转换为光子数态测量,而存储环类 PNRD 可提供更高精度的光子数分辨能力,具备突破 SQL 的潜力。

量子测量示意图如图 3 所示。信号经位移操作调整至接近真空态后,由 SPD 进行测量。若测量结果为“on”,则判定信号为  $\alpha_m$ ,否则排除该状态。对于平均光子数为  $N_s$  的相干态,位移后的平均光子数  $N_0$  为

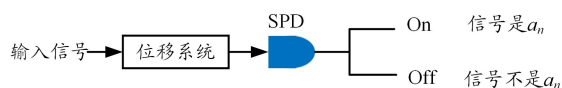


图3 量子测量示意图

$$N_0 = (1-\xi)(\tau|\beta|^2 + |\alpha|^2) + \xi|\sqrt{\tau}|\beta - \alpha|^2 \quad (7)$$

其中,  $\Delta\theta = \pi/2(m-n)$  表示相干态和位移算子的相位差,  $\tau$  和  $\xi$  分别分别为位移操作的透射率和可见度。

### 1.2.5 光子数测量与后验概率更新

位移后的信号经存储环类 PNRD 探测,其测量算符为

$$\Pi_{N_0} = e^{-v} \sum_{m=0}^{N_0} \sum_{k=N_0-m}^{\infty} \frac{v^m}{m!} C_{n-1}^k \eta^{N_0-1} |k\rangle\langle k| \quad (8)$$

分束镜输出  $\alpha - \beta$  的光子数  $N_0$  被探测为  $N_{\text{est}}$  的概率为

$$P(N_{\text{est}} | \alpha - \beta) = \langle \alpha - \beta | \hat{\Pi}_{N_{\text{est}}} | \alpha - \beta \rangle e^{-v_{\text{总}} - \eta_{\text{总}} |\alpha - \beta|^2} \times \frac{(v_{\text{总}} + \eta_{\text{总}} |\alpha - \beta|^2)^{N_{\text{est}}}}{N_{\text{est}}!} \quad (9)$$

参考文献[14],第  $j$  个分区探测到  $N_{\text{est}_j}$  光子后的后验概率为

$$\Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}_j}) = \frac{\Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}_{j-1}}) P(N_{\text{est}_j} | \frac{\alpha_m - \alpha_{mj}}{\sqrt{N}})}{\sum_{m=0}^3 \Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}_{j-1}}) P(N_{\text{est}_j} | \frac{\alpha_m - \alpha_{mj}}{\sqrt{N}})} = \frac{\frac{1}{4} \prod_{k=1}^j P(N_{\text{est}_k} | \frac{\alpha_m - \alpha_{mk}}{\sqrt{N}})}{\sum_{m=0}^3 P_m \prod_{k=1}^j P(N_{\text{est}_k} | \frac{\alpha_i - \alpha_{mk}}{\sqrt{N}})} \quad (10)$$

最终,系统基于测量结果判定输入信号  $\alpha_{m_0}$ 。

## 2 实验仿真与结果分析

### 2.1 理想条件下的性能对比

在理想情况下,假设探测器效率  $\eta_{\text{总}} = 100\%$ ,暗计数率  $v_{\text{总}} = 0$ ,存储环循环轮数  $K = 100$ 。此时,若从  $m=0$  的信号中检测到光子,则后验概率  $\Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}_j}) = 0$ ,使得式(10)大幅简化。基于存储环类 PNRD(图中简称为 PNRD)和传统 SPD(图中简称为 SPD)的量子增强接收机在分区数  $N=3$  时的误符号率对比情况如图 4 所示。其中,QPKS 的 HB、QPKS 的 SQL 分别为 PNRD、SPD 突破的极限边界。可以看出,存储环类 PNRD 方案的误符号率显著低于 SPD 方案。

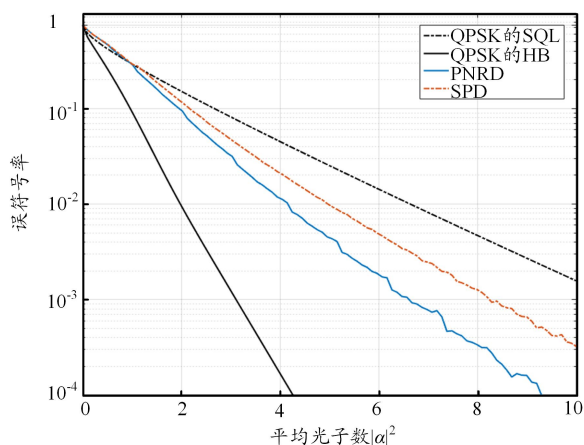


图4  $N=3$  时,SPD 和存储环类 PNRD 量子增强接收机误符号率对比

在反馈过程中,系统根据最大后验概率准则选择使  $\Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}})$  最大的  $\alpha_m$  作为下一归零信号,其决策依据为  $\{n | \Gamma(\alpha_m | N_{\text{est}}) \geq \Gamma(\alpha_l | N_{\text{est}})\}$ 。

## 2.2 非理想探测效率的影响

本文首先通过蒙特卡洛仿真评估了非理想探测器的探测效率对量子接收机整体误码率性能的影响。在其它条件均为理想状态时,不同总探测效率条件下,SPD 与存储环类 PNRD 的误符号率对比情况如图 5 所示。可以看出,相较于使用 SPD,采用存储环类 PNRD 的量子增强接收机在相同条件下能够有效降低误符号率。实验结果表明,使用 SPD 的量子增强接收机需要探测效率达到 80% 以上才能使系统的误符号率低于 SQL。相反,如果采用存储环类 PNRD,则仅需 70% 的探测效率即可实现同样的性能目标。

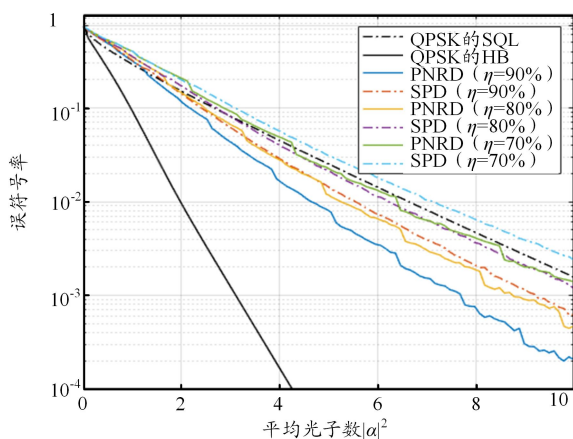


图5 不同探测效率条件下,SPD 和存储环类 PNRD 的误符号率对比

## 2.3 实验条件下的性能验证

基于 Izumi 团队在通信波段量子增强接收领域的开创性研究<sup>[20-22]</sup>,本文整合其关键实验参数(如表 2 所示),建立了存储环类 PNRD 量子增强接收机的全参

表 2 仿真实验参数

| 参数    | 符号                | 值                    |
|-------|-------------------|----------------------|
| 探测器效率 | $\eta_{\text{e}}$ | 66%                  |
| 探测轮数  | $K$               | 100                  |
| 可见度   | $\xi$             | 99.6%                |
| 透射率   | $\tau$            | 99%                  |
| 暗计数率  | $v_{\text{总}}$    | $1.5 \times 10^{-3}$ |

数仿真模型,得到 SPD 和存储环类 PNRD 量子增强接收机误符号率对比情况如图 6 所示。可以看出,在实验条件下,2 种探测器方案均未能突破 SQL;当平均光子数  $|\alpha|^2 < 2$  时,存储环类 PNRD 与传统 SPD 的性能基本相当;当  $|\alpha|^2 > 2$  时,存储环类 PNRD 展现出更低的误符号率优势。该结果验证了在实际实验参数约束下,虽然存储环结构未能突破 SQL,但在较高光子数区域仍保持了性能优势。这一现象源于存储环架构在光子数分辨能力方面的固有优势,即使在非理想探测效率下,仍能有效提升系统性能。

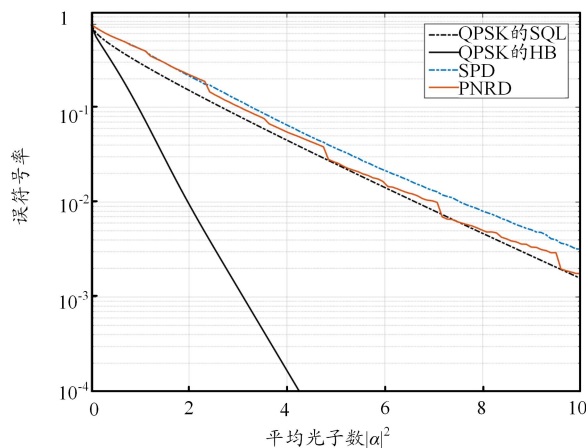


图6 不同平均光子数时,SPD 和存储环类 PNRD 的误符号率对比

## 2.4 高探测效率优化

基于当前探测器技术发展水平 ( $\eta_{\text{总}}$  可达 95%<sup>[22]</sup>),本文进一步优化了探测器效率参数,同时保持其它实验条件不变 ( $\xi=99.6\%$ ,  $\tau=99\%$ ,  $v_{\text{总}}=1.5 \times 10^{-3}$ )。通过蒙特卡洛数值模拟,得到探测效率优化后 SPD 和存储环 PNRD 量子增强接收机误符号率图如图 7 所示。可以看出,当平均光子数  $|\alpha|^2 > 1.7$  时,存储环类 PNRD 误符号率性能优于传统 SPD,且优势随平均光子数增加而扩大;存储环类 PNRD 在  $|\alpha|^2 \geq 1.8$  时突破 SQL,而 SPD 需  $|\alpha|^2 \geq 2.5$ ;在  $|\alpha|^2 = 2$  时,存储环类 PNRD 误符号率较 SPD 降低 10%。

温锴,白恩浩,禹钧译,等: 基于存储环的光子数分辨 QPSK 量子增强接收方案

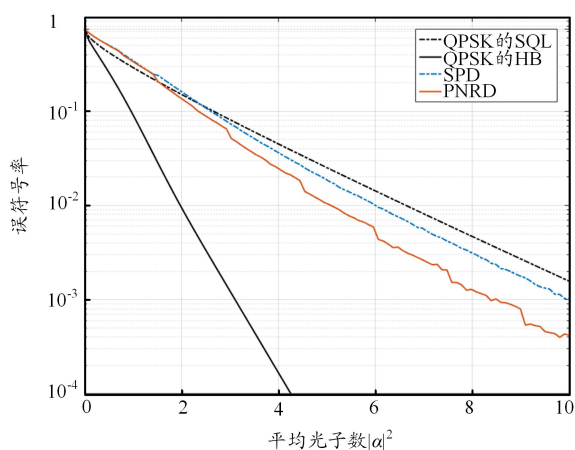


图7 探测效率优化后,SPD和存储环类PNRD的误符号率对比

### 3 结束语

本文针对微弱 QPSK 调制信号,提出了一种基于存储环结构的低成本、易操作类 PNRD 量子增强接收方案。该方案通过高效解析光子数反馈信号信息,为 QPSK 信号解调和量子信息处理提供了有效的解决方案。研究表明,在固定分区数条件下,存储环类 PNRD 量子增强接收机相较于传统 on-off 型探测器方案,在微弱信号检测方面展现出更优的性能表现。基于现有实验参数<sup>[23-25]</sup>及当前可实现 95%探测效率的蒙特卡洛仿真表明,该方案对微弱 QPSK 调制信号具有突破 SQL 的能力;在平均光子数为 2 时,相较于 SPD 方案可降低约 10%的误符号率。本文为量子通信系统中微弱信号检测提供了一种具有实用价值的解决方案。

### 参考文献:

- [1] KIKUCHI K. Fundamentals of coherent optical fiber communications[J]. Journal of Lightwave Technology, 2016, 34(1): 157–179.
- [2] ZHAO M F, YUAN R Z, CHENG J L, et al. Security of binary modulated continuous variable quantum key distribution using optimally displaced threshold detection[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(4): 1089–1093.
- [3] GIOVANNETTI V, GUHA S, LLOYD S, et al. Classical capacity of the lossy bosonic channel: the exact solution[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(2): 027902-1–027902-12.
- [4] HELSTROM C W. Quantum detection and estimation theory[J]. Journal of Statistical Physics, 1969, 1(2): 231–252.
- [5] HELSTROM C W. Detection theory and quantum mechanics [J]. Information and Control, 1967, 10(3): 254–291.
- [6] HELSTROM C W, LIU J W S, GORDON J P. Quantum-mechanical communication theory[J]. Proceedings of the IEEE, 1970, 58(10): 1578–1598.
- [7] FENG X L, WU Z H, WANG T S, et al. Experimental demonstration of bidirectional up to 40 Gbit/s QPSK coherent free-space optical communica-

tion link over ~1 km[J]. Optics Communications, 2018, 410: 674–679.

[8] EL-NAHAL F I. Coherent quadrature phase shift keying optical communication systems[J]. Optoelectronics Letters, 2018, 14(5): 372–375.

[9] BECERRA F E, FAN J, BAUMGARTNER G, et al. Experimental demonstration of a receiver beating the standard quantum limit for multiple nonorthogonal state discrimination[J]. Nature Photonics, 2013, 7: 147–152.

[10] HELSTROM C W. Quantum detection and estimation theory[M]. Amsterdam: Elsevier, 1976.

[11] 王恩龙,王国超,朱凌晓,等. 原子自旋压缩在量子精密测量中的应用研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2024, 61(9): 13–24.

[12] 刘翔翎,左小杰,闫智辉,等. 基于光学参量放大器的量子干涉仪的分析[J]. 光学学报, 2022, 42(3): 206–213.

[13] BURENKOV I A, JABIR M V, POLYAKOV S V. Practical quantum-enhanced receivers for classical communication[J]. AVS Quantum Science, 2021, 3(2): 025301-1–025301-13.

[14] SHCHERBATENKO M L, ELEZOV M S, GOLTSMAN G N, et al. Sub-shotnoise-limited fiber-optic quantum receiver[J]. Physical Review A, 2020, 101(3): 032306-1–032306-12.

[15] WEI C J, ZHOU X L, WANG L D, et al. Soft iterative quantum receivers approaching the helstrom limit using realistic quantum devices[J]. IEEE Access, 2018(6): 10197–10207.

[16] IZUMI S, NEERGAARD-NIELSEN J S, ANDERSEN U L. Adaptive generalized measurement for unambiguous state discrimination of quaternary phase-shift-keying coherent states [J]. PRX Quantum, 2021, 2(2): 020305-1–020305-12.

[17] 郭畅,党可征,吴田宜,等. QPSK 信号量子增强接收的混合测量方案研究[J]. 中国激光, 2024, 51(14): 255–262.

[18] 东晨,郭畅,吴田宜,等. 微弱光信号的量子增强接收优化方法(特邀)[J]. 红外与激光工程, 2023, 52(6): 140–149.

[19] SULLIVAN M, BRAVERMAN B, UPHAM J, et al. Photon number resolving detection with a single-photon detector and adaptive storage loop [J]. New Journal of Physics, 2024, 26(4): 043026-1–043026-6.

[20] IZUMI S, NEERGAARD-NIELSEN J S, MIKI S, et al. Experimental demonstration of a quantum receiver beating the standard quantum limit at telecom wavelength[J]. Physical Review Applied, 2020, 13(5): 054015-1–054015-12.

[21] SYCH D, LEUCHS G. Practical receiver for optimal discrimination of binary coherent signals[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(20): 200501-1–200501-13.

[22] JABIR M V, BURENKOV I A, ANNAFIANTO N F R, et al. Experimental demonstration of the near-quantum optimal receiver[J]. OSA Continuum, 2020, 3(12): 3324–3331.

[23] FERDINAND A R, DIMARIO M T, BECERRA F E. Multi-state discrimination below the quantum noise limit at the single-photon level[J]. NPJ Quantum Information, 2017, 3: 43–48.

[24] BECERRA F E, FAN J, MIGDALL A. Photon number resolution enables quantum receiver for realistic coherent optical communications [J]. Nature Photonics, 2015, 9(1): 48–53.

[25] 张卫川,潘青,苏力华,等. 实际环境下单脉冲位置调制量子增强接收机分析[J]. 中国激光, 2023, 50(13): 237–242.