

基于 FCNN 的极化码分区译码算法研究

罗颖, 李晓记*, 王家明

(桂林电子科技大学 认知无线电与信息处理教育部重点实验室, 广西 桂林 541004)

摘要: 为了降低极化码神经网络译码器在训练阶段的维度限制, 设计了一种基于全连接神经网络(FCNN)的串行抵消(SC)分区译码器, 通过将极化码译码树划分为两个区域, 并分别使用不同参数设置的 FCNN 进行处理, 从而减少对大规模训练数据的需求。仿真结果表明: 在加性高斯白噪声信道中, 当信噪比为 1~5 dB 时, FCNN-SC 译码器性能接近于 SC 译码算法; 当信噪比为 1.5~3 dB 时, FCNN-SC 译码器相较于 FCNN 译码器有 0.5 dB 左右的编码增益, 且训练阶段所需的数据集更小, 仅为 FCNN 译码器的一半左右。

关键词: 极化码; 串行抵消译码算法; 全连接神经网络; 神经网络译码器; 深度学习

中图分类号: TN91 **文献标志码:** A **文章编号:** 1002-5561(2025)03-0079-04

DOI: 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2025.03.013

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

Research on polar code partition
decoding algorithm based on FCNN

LUO Ying, LI Xiaoji*, WANG Jiaming

(Key Laboratory of Cognitive Radio and Information Processing,

Ministry of Education, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

Abstract: To reduce the dimensionality constraints of neural network decoders for polar codes during the training phase, a partitioned successive cancellation(SC) decoder based on fully connected neural networks(FCNN) is designed. By dividing the polar code decoding tree into two regions and processing each with differently parameterized FCNNs, the need for large-scale training data is reduced. The simulation results show that in an additive white Gaussian noise(AWGN) channel, when the signal-to-noise ratio(SNR) is between 1 to 5 dB, the performance of the FCNN-SC decoder approaches that of the SC decoding algorithm. When the SNR is between 1.5 to 3 dB, the FCNN-SC decoder achieves approximately 0.5 dB coding gain compared to the FCNN decoder, and requires a smaller dataset during the training phase, being roughly half the size needed for the FCNN decoder.

Key words: polar code, successive cancellation decoding algorithm, fully connected neural network, neural network decoder, deep learning

0 引言

极化码^[1]已被应用于无线光通信^[2]、水下光通信^[3]、

物理层安全^[4-5]等领域。极化码译码算法主要有串行抵消(SC)译码算法^[1]、置信传播译码算法^[6]、线性规划译码算法^[7]以及最大似然译码算法^[8]。其中, SC 及其衍生译码算法^[9-11]与置信传播译码算法为常用算法。神经网络与纠错码技术在数学方法上有相似且紧密的联系, 将神经网络应用于译码算法中, 可降低计算复杂度^[12], 减少译码时延^[13], 提高译码吞吐率, 并在一定程度上改善误码性能。近年来, 神经网络对极化码译码算法的研究主要集中在将神经网络训练成译码器以对极化码进行译码^[12, 14], 或是在译码过程中提供辅助^[15-16]。例如, 文献[15]使用长短期记忆模型来替代纠错表执行纠错任务, 与传统循环冗余校验辅助的串行抵消列表(CA-

收稿日期: 2024-06-03。

基金项目: 广西教育厅教改重点项目(2024JGZ127)资助; 广西青年科学基金项目(2024GXNSFBA010144)资助。

作者简介: 罗颖(2000—), 女, 广西柳州人, 硕士研究生, 现就读于桂林电子科技大学信息与通信学院新一代电子信息技术(含量子技术)专业, 研究方向为信道编译码, 主要从事极化码译码算法的研究工作, 并探索机器学习技术在该领域的应用。

***通信作者:** 李晓记(1976—), 女, 博士, 教授, 主要研究方向为新一代信息技术、高等教育发展与改革等。



罗颖,李晓记,王家明:基于 FCNN 的极化码分区译码算法研究

SCL)译码算法相比,在误码率为 10^{-5} 时,该方法能够获得约 0.5 dB 的编码增益。然而,在训练神经网络译码器时,训练复杂度呈现指数增长的趋势^[7],这成为制约神经网络译码器发展的主要障碍。对于具有 K 个信息位的极化码,神经网络需要区分 2^K 个不同的码字,因此,随着码长的增加,训练复杂度呈指数上升,导致维度受限的问题。为了解决这一问题,CAMMERER S 等人^[7]提出了一种基于神经网络的分区译码方案,该方案遵循置信传播译码算法的原则,将极化码译码树划分为单一奇偶校验和重复码 2 个区域,并利用神经网络替代这些部分进行译码,从而以较低的复杂度实现接近 SC 译码算法和置信传播译码算法的误码性能。这类研究为解决神经网络在极化码译码领域内的维度受限问题提供了可能的解决方案。尽管如此,神经网络在译码领域的应用仍然处于初级阶段,解决维度受限和降低训练复杂度的研究还相对较少。因此,本文提出一种基于全连接神经网络(FCNN)的极化码分区译码算法,进一步减轻维度受限的问题。

1 基于 FCNN 的极化码分区译码算法

1.1 基于 FCNN 的极化码译码器模型

基于 FCNN 的极化码译码器系统框图如图 1 所示。译码器的参数设置和工作流程如下:首先,对码长 $N=16$ 、信息位 $K=8$ 的原始码字 u ,使用高斯近似法进行编码并得到输出 x ;然后,该输出经过二进制相移键控(BPSK)处理,得到调制信号 s ;接着,信号 s 通过信道传输,并且信道输出的对数似然比(LLR)被输入到预先训练好的 FCNN 译码器中;最后,FCNN 译码器输出估计的码字 $\hat{u}$ 。

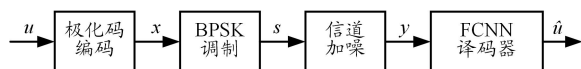


图 1 基于 FCNN 的极化码译码器系统框图

FCNN 译码器的开发包括训练与测试 2 个阶段。在此之前,需要生成用于训练的数据集。原始码字 u 首先经过高斯近似法编码,随后进行 BPSK 调制。调制后的信号通过加性高斯白噪声信道,得到带有噪声的码字 y ,这构成了数据集的一部分。由于噪声的随机性,每次收集的数据集不同,在理论上数据集的数量可以无限多。

本文设定的信噪比区间为 1~5 dB,每隔 1 dB 生成 50 个样本。因此,对于每种分类情况,本文仿真时拥有的样本数量为 250 个。极化码(16,8)共有 $2^8=256$ 种

不同的分类组合,所以整个数据集的规模为 $250 \times 256 = 64\,000$ 个样本。

在训练阶段,选取数据集的 80% 作为训练集,通过减少输出结果与实际信源标签之间的差距来优化 FCNN 的内部参数,目标是最小化损失函数。而在测试阶段,则使用剩下的 20% 数据集作为测试集来评估 FCNN 的译码性能。

本文采用均方误差(MSE)作为损失函数来量化 FCNN 预测结果与实际值之间的差异程度,其数学表达式为

$$L_{\text{MSE}} = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} (X_j - \bar{X}_j)^2 \quad (1)$$

其中, n 为样本的总数量。 X_j 和 $\bar{X}_j$ 分别为第 j 个样本的真实值和预测值, $X_j, \bar{X}_j \in (0, 1)$, $j=0, 1, 2, \dots, n-1$ 。为将数值限制在 0~1 内,本文加入 Sigmoid 函数以实现归一化操作。

1.2 基于 FCNN 的极化码分区译码器模型

为了应对使用神经网络直接进行译码时所需训练集数据量过大的挑战,本文在原有 FCNN 译码器的基础上,设计了一种新的基于 FCNN 的极化码 SC 二分区译码器(下文简称 FCNN-SC 译码器)。

1.2.1 SC 二分区译码设计

根据 SC 译码原理^[8]可知,每一层节点的左右分支均可视为完整的 SC 译码,但右分支需得到左分支的估计值方可译码。因此,可将 SC 译码做分区设计,二分区的 SC 译码树如图 2 所示。在进行分区后,各个区域可以灵活地使用其它基于对数似然比(LLR)的译码器。图 2 中,译码器 1 将第 n 层节点提供的软信息 α_i 作为输入,并输出硬判决估计值 β_i 至第 n 层节点,根据公式 $\alpha_i[i] = \alpha[i+2^{s-1}] + (1-2\beta_i[i])\alpha[i]$ 计算译码器 2 的输入,以便右分支能够进行译码。其中, $\alpha_i[i]$ 、 $\beta_i[i]$ 分别表示父节点的右节点信息和左节点的硬判决估计值, $\alpha[i]$ 表示从父节点接收到的 LLR,而 i 表示码字的位置索引。

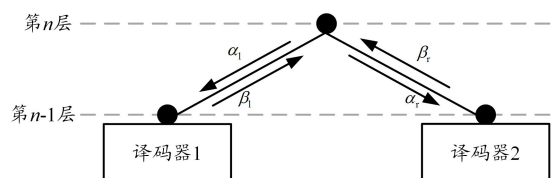


图 2 二分区的 SC 译码树

1.2.2 FCNN-SC 译码器模型

在 FCNN-SC 译码器方案中,位于译码器底部区域的节点被划分为两部分,每一部分分别使用具有不

同参数设置的 FCNN 译码器进行处理;而对于其它非底部区域的节点,则继续沿用传统的 SC 译码算法。这种混合的设计方式不仅减轻了对大规模训练数据的需求,同时也保留了 SC 译码算法的优点,提高了译码效率和准确性。图 3 为码长 $N=8$ 的 FCNN-SC 译码器模型。

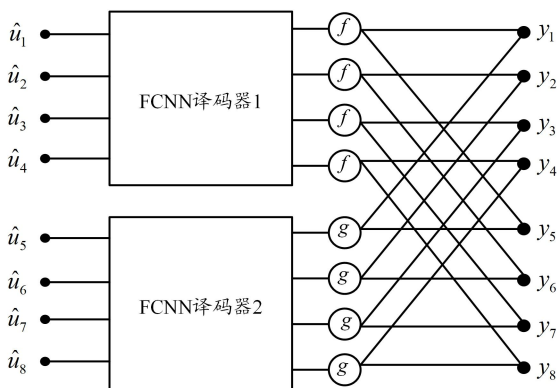


图 3 $N=8$ 的 FCNN-SC 译码器模型

在本模型中, f 函数收到 2 个 y 值即可计算, g 函数还需收到 f 函数重编码的输出值方可计算。 f 函数与 g 函数定义分别如式(2)、式(3)所示。

$$f(a, b) = \ln \left(\frac{1 + e^{a+b}}{e + e^a} \right) \quad (2)$$

$$g(a, b, c) = (-1)^c a + b \quad (3)$$

其中, $a, b \in R, c \in \{0, 1\}$, R 表示实数。借助 f 函数和 g 函数进行 LLR 计算, 如式(4)所示。

$$\begin{cases} L_N^{(2i-1)} \left(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-2} \right) = \\ f \left(L_{N/2}^{(i)} \left(y_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right), L_{N/2}^{(i)} \left(y_{N/2+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) \right) \\ L_N^{(2i)} \left(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-1} \right) = \\ g \left(L_{N/2}^{(i)} \left(y_1^{N/2}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right), L_{N/2}^{(i)} \left(y_{N/2+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right), \hat{u}_{2i-1} \right) \end{cases} \quad (4)$$

其中, y_1^N 为接收到的码字, $y_1^{N/2}$ 为接收到码字的前半部分, $y_{N/2+1}^N$ 为接收到码字的后半部分, $L_{N/2}^{(i)}$ 为 $N/2$ 序列的 LLR, $\hat{u}_1^{2i-2}$ 为已经估计出的比特序列, $\hat{u}_{1,o}^{2i-2}$ 和 $\hat{u}_{1,e}^{2i-2}$ 分别为 $\hat{u}_1^{2i-2}$ 中奇数索引和偶数索引对应的子序列。

2 FCNN-SC 译码器建模及结果分析

本文对 FCNN-SC 译码器进行建模, 针对 $N=16, K=8$ 的极化码进行二分区译码, 2 个子块的信息位分布如表 1 所示。可以看出, $[0-7]$ 分区(分区一)有 2^1 种

表 1 极化码(16,8)分块信息位分布

分区	信息位分布情况	码率
$[0-7]$	$\{7\}$	0.125
$[8-15]$	$\{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$	0.875

分类情况, 而 $[8-15]$ 分区(分区二)有 2^7 种分类情况。因此, 分区一的数据集总量为 500, 可以使用优化后的 FCNN 译码器 1 进行处理; 而分区二的数据集总量为 32 000, 适合使用更为复杂的 FCNN 译码器 2 来进行译码。通过这种方法, 相较于不分区的 FCNN 极化码译码器, 数据集的规模大约减少了一半。

为了评估这种 FCNN-SC 译码器的实际性能, 本文在加性高斯白噪声(AWGN)信道条件下进行了仿真测试, 仿真参数如表 2 所示。将仿真结果与传统的 FCNN 译码器、标准的 SC 译码算法进行了对比, 结果如图 4 所示。可以看出, 当信噪比为 1~5 dB 时, 所提出的 FCNN-SC 译码器的性能与传统的 SC 译码算法相当。这说明新的译码器在处理此类信号时可以达到与传统算法相似甚至更好的译码效果。当信噪比为 1.5~3 dB 时, FCNN-SC 译码器相对于标准的 FCNN 译码

表 2 仿真参数设置

参数选项	值
调制方式	BPSK
Polar 码构造算法	高斯近似法
Polar 码编码码率	1/2
学习率	0.001
优化器	Adam
验证次数/(轮/次)	128
激活函数	ReLU
验证集占比/%	20

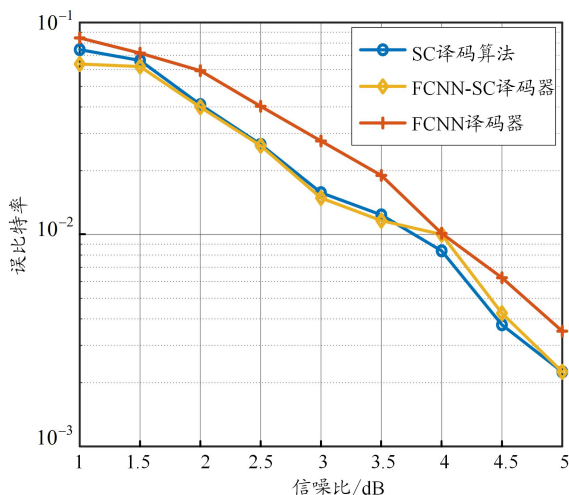


图 4 不同译码算法误比特率性能比较

罗颖, 李晓记, 王家明: 基于 FCNN 的极化码分区译码算法研究

器具有约 0.5 dB 的编码增益。这意味着在相同的误比特率要求下, 使用 FCNN-SC 译码器可以容忍更低的信噪比环境, 从而增强了系统的鲁棒性。

此外, FCNN-SC 译码器在训练和测试过程中所需的样本数据集大小也得到了有效的缩减, 相比于 FCNN 译码器减少了几近一半。这意味着该方案不仅提高了译码效率, 还降低了计算资源的需求, 使其在实际应用中更具吸引力。

3 结束语

本文基于 FCNN 设计了 FCNN-SC 译码器。仿真结果表明: 当信噪比为 1~5 dB 时, 所提出的 FCNN-SC 译码器的性能与传统的 SC 译码算法相当; 当信噪比为 1.5~3 dB 时, FCNN-SC 译码器相对于标准的 FCNN 译码器具有约 0.5 dB 的编码增益。另外, 本文设计的 FCNN-SC 译码器在训练过程中所需的数据集大小相比 FCNN 译码器减少了将近一半。这一点对于减少计算成本和提高模型训练效率至关重要。因此, 通过本次系统建模与仿真分析, 不仅初步验证了将 FCNN 应用于极化码译码并采用分区方法的可行性和可靠性, 还为进一步探索如何突破译码过程中的维度限制提供了新的视角, 从而为将来利用神经网络技术解决极化码长码译码问题的研究开辟了新的方向。

参考文献:

- [1] ARIKAN E. Channel polarization: a method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051–3073.
- [2] 文豪, 曹阳, 党宇超. 无线光通信下极化码 DNN-NOMS 译码方法研究[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(5): 262–272.
- [3] LI X J, SUN L M, HUANG J M, et al. Channel polarization scheme for ocean turbulence channels in underwater visible light communication[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2023, 11(2): 1–13.
- [4] SAYED M A M, LIU R K, ZHANG C Y. A novel scrambler design for enhancing secrecy transmission based on polar code[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(8): 1679–1682.
- [5] FANG J B, PAN J X, HUANG X, et al. Integrated physical-layer secure visible light communication and positioning system based on polar codes[J]. Optics Express, 2023, 31(25): 41756–41772.
- [6] ZHANG Y X, LIU A J, PAN X F, et al. A modified belief propagation polar decoder[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(7): 1091–1094.
- [7] GOELA N, KORADA S B, GASTPAR M. On LP decoding of polar codes[C]//2010 IEEE Information Theory Workshop, August 30–September 3, 2010, Dublin, Ireland. New York: IEEE, 2010: 1–5.
- [8] KAHRAMAN S, ELEBI M E. Code based efficient maximum-likelihood decoding of short polar codes[C]//2012 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, July 1–6, 2012, Cambridge, USA. New York: IEEE, 2012: 1967–1971.
- [9] NIU K, CHEN K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668–1671.
- [10] CHEN K, NIU K, LIN J R. Improved successive cancellation decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(8): 3100–3107.
- [11] TAL I, VARDY A. List decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2213–2226.
- [12] ZHOU L X, CHAN S, ZHANG M X, et al. A fast computing decoder for polar codes with a neural network[J]. ICT Express, 2023, 9(6): 1001–1006.
- [13] ZHU H F, CAO Z W, ZHAO Y P, et al. Learning to denoise and decode: a novel residual neural network decoder for polar codes[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(8): 8725–8738.
- [14] GRUBER T, CAMMERER S, HOYDIS J, et al. On deep learning-based channel decoding[C]//2017 51st Annual Conference on Information Sciences and Systems, March 22–24, 2017, Baltimore, USA. New York: IEEE, 2017: 1–6.
- [15] LIU X J, WU S H, WANG Y, et al. Exploiting error-correction-CRC for polar SCL decoding: a deep learning-based approach[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2020, 6(2): 817–828.
- [16] GAO J, ZHANG D X, DAI J C, et al. ResNet-like belief-propagation decoding for polar codes[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(5): 934–937.
- [17] CAMMERER S, GRUBER T, HOYDIS J, et al. Scaling deep learning-based decoding of polar codes via partitioning[C]//2017 IEEE Global Communications Conference, December 4–8, 2017, Singapore. New York: IEEE, 2017: 1–6.