

ACO-OFDM 系统中一种改进的 DST 预编码峰均比抑制方法

袁建国, 李尚晋, 赵富强

(重庆邮电大学 光电信息感测与传输技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

摘要:针对可见光通信非对称削波光正交频分复用(ACO-OFDM)系统中峰均比(PAPR)较高的缺点,基于通用预编码(GP)方法提出一种改进的离散正弦变换 GP(DST-GP)方法。该方法基于 GP 方法将 DST 矩阵扩展为非对称矩阵以获得更佳 PAPR 抑制性能,并根据 GP 方法优化了扩展部分的计算。仿真结果与分析表明:与 DST 方法相比,所提出的 DST-GP 方法以较低成本获得更佳 PAPR 抑制性能,并且取得 PAPR 抑制性能与计算复杂度之间的良好折中。

关键词:峰均比;通用预编码方法;离散正弦变换;复杂度;非对称削波光正交频分复用

中图分类号:TN929.12 文献标识码:A 文章编号:1002-5561(2020)06-0006-05

DOI: 10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2020.06.002

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Improved DST precoding method for peak-to-average power ratio reduction in ACO-OFDM system

YUAN Jianguo, LI Shangjin, ZHAO Fuqiang

(Chongqing Key Laboratory of Photoelectronic Information Sensing and Transmitting Technology,
Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Aiming at the disadvantage of the high peak-to-average power ratio (PAPR) in asymmetrically clipped optical orthogonal frequency division multiplexing (ACO-OFDM) systems in visible light communication, an improved discrete sine transform (DST) generalized precoding (DST-GP) method based on the GP method is proposed. In this method, the DST matrix, based on the GP method, is extended into an asymmetric matrix to obtain the better PAPR reduction performance, and then the calculation of the extended part is optimized by the GP method. The simulation results and analyses show that the proposed DST-GP method, compared with the original DST method, has a better PAPR reduction performance with the low cost and can achieve a better compromise between the PAPR reduction performance and the computational complexity.

Key words: peak-to-average power ratio; generalized precoding method; discrete sine transform; complexity; asymmetrically clipped optical orthogonal frequency division multiplexing

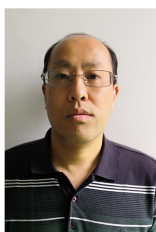
0 引言

随着可见光通信(VLC)技术快速发展,正交频分复用(OFDM)系统因其使用正交多载波调制信号,具有高带宽效率、抗多径延迟和衰落以及易与其它技术相结合等优点^[1],在 VLC 中得到越来越多的应用。非对

收稿日期:2020-05-19。

基金项目:国家自然科学基金项目(61971079、61671091)资助;重庆市基础与前沿研究计划项目(csts2017jcyjAX0427)资助。

作者简介:袁建国(1968—),男,重庆人,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为光通信技术,尤其是光通信系统中 OFDM 技术与 FEC 编译码技术。先后承担和参与国家级和省部级科研项目共 10 余项,在国内外科技期刊论文共 110 余篇,申请国家发明专利 10 项,出版专著 2 部。



称削波光 OFDM(ACO-OFDM)系统是最基本的可见光 OFDM 系统之一^[2],在进行离散逆傅里叶变换(IFFT)前令输入矩阵满足厄密特对称,且只使用奇数子载波传输数据,在 IFFT 后削去负值,从而得到单极性实数信号。ACO-OFDM 系统无下削波噪声且能量效率较高,因而得到广泛研究。

VLC 的核心器件 LED 是一个典型非线性器件,它负责信号的传输,采用强度调制/直接检测(IM/DD)后使信号进入 LED 时变为单极性实数信号。然而,OFDM 系统是一个多载波系统,在不同频率下同时发送多个窄带信号,当多个相同相位信号叠加时,会产生很大峰值,导致高峰均比(PAPR)。这种高 PAPR 信号在通过 LED 时会导致严重的上削波噪声和非线性

失真,恶化系统性能。因此,解决 ACO-OFDM 系统中高 PAPR 问题非常重要。

近年来,人们提出多种方法以解决 OFDM 系统中高 PAPR 问题^[3-6],如预失真技术、概率类技术和预编码技术^[7-11]。其中,预编码技术是将星座映射后的信号乘以预设好的酉变换矩阵,再进行 IFFT 用于传输信号。由于酉矩阵性质,经酉变换矩阵处理后的信号最大峰值功率降低,因而可以抑制信号 PAPR。前述酉变换矩阵有离散正弦变换(DST)矩阵、Zaoff-Chu 变换(ZCT)矩阵、离散傅里叶变换(DFT)矩阵、离散哈特莱变换(DHT)矩阵和预编码矩阵(PM)^[12]。PM 是一个非对称的 DFT 矩阵,可以根据需要将原始信号的调制数据扩展以灵活地抑制 PAPR。该方法性能比原预编码技术更佳,但随着扩展部分增大,计算复杂度也迅速增加。为克服 PM 方法带来的高计算复杂度问题,Hsu 等人提出一种通用预编码(GP)方法^[13]降低计算复杂度,并将其推广应用于 DFT、DHT 和 ZCT 预编码技术。但其它预编码技术,如 DST 并不能直接应用其原理。

本文根据 GP 方法原理将其改进,以应用于 DST 预编码技术中,提出一种改进的 DST 通用预编码(DST-GP)方法,以较低成本获得 PAPR 抑制性能提升,取得 PAPR 抑制性能和计算复杂度间的良好折中。

1 PM 和 GP 方法原理

1.1 PM 方法

基于 PM 方法的 ACO-OFDM 系统框图如图 1 所示^[12]。在系统发射端, N 点输入数据序列 $A=[A_0, A_2, \dots, A_{N-1}]^T$ 表示从二进制信息数据中编码得到的星座映射符号。 P 表示 PM 方法中的预编码矩阵,由 DFT 矩阵扩展得到。 N 点输入数据块 A 与大小为 $L \times N$ 的矩阵 P 相乘,得到 L 点输出数据序列 X ,其中 $L \geq N$ 。对 L 点输出数据构建厄密特矩阵后进行 IFFT,再进行并/串

(P/S)转换、加循环前缀(CP)和数/模转换,由 LED 信道发送至接收端,在接收端经过相应逆操作恢复出原始信号。

PM 方法可以通过调节扩展 L 的大小调整 PAPR 抑制性能,但 PM 方法中共涉及 $N \times L$ 次乘法和 $L \times (N-1)$ 次加法,计算复杂度随着 L 增大而迅速增大。

1.2 GP 方法

PM 方法不仅计算复杂度较高,且仅考虑到 DFT 预编码。GP 方法在此基础上优化了扩展部分的计算,并将其推广到其它预编码技术中^[13]。

在 GP 方法中,预编码矩阵 P' 由系数矩阵 G 和扩展矩阵 T' 相乘得到,如式(1)所示。

$$P' = GT' \quad (1)$$

T' 通过将原本大小为 $N \times N$ 的酉矩阵 U 按对应酉核元素公式扩展为 $L \times N$ 而得到,且 $T'_{i,m}$ 满足式(2)。

$$T'_{i,m} = \begin{cases} U_{i,m}, & 0 \leq i < N, 0 \leq m < N \\ U_{i-N,m}, & N \leq i \leq L-1, 0 \leq m < N \end{cases} \quad (2)$$

其中, $T'_{i,m}$ 和 $U_{i,m}$ 分别表示矩阵 T' 和 U 中第 i 行第 m 列元素。

结合式(1)和式(2), P' 表示为:

$$P' = \begin{bmatrix} G_0 U_{0,0} & G_0 U_{0,1} & \cdots & G_0 U_{0,N-1} \\ G_0 U_{0,0} & G_0 U_{0,1} & \cdots & G_0 U_{0,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N_p-1} U_{N_p-1,0} & G_{N_p-1} U_{N_p-1,1} & \cdots & G_{N_p-1} U_{N_p-1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ G_{N-1} U_{N-1,0} & G_{N-1} U_{N-1,1} & \cdots & G_{N-1} U_{N-1,N-1} \\ G_N U_{0,0} & G_N U_{0,1} & \cdots & G_N U_{0,N-1} \\ G_{N+1} U_{1,0} & G_{N+1} U_{1,1} & \cdots & G_{N+1} U_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{L-1} U_{N_p-1,0} & G_{L-1} U_{N_p-1,1} & \cdots & G_{L-1} U_{N_p-1,N-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, G_i 表达式如式(4)所示。

$$G_i = \begin{cases} \frac{(-1)^i}{\sqrt{N}} \sin\left(\frac{\pi i}{2N_p}\right), & 0 \leq i < N_p \\ \frac{(-1)^i}{\sqrt{N}}, & N_p \leq i < N \\ \frac{(-1)^i}{\sqrt{N}} \cos\left[\frac{\pi(i-N)}{2N_p}\right], & N \leq i < L-1 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $N_p = L - N$ 。

由式(2)可知,要满足 GP 方法适用条件,大小为 $L \times N$ 的矩阵 T' 的后 N_p 行元素需为前 N_p 行元素的周期性扩展。由式(3)可以看出,当输入数据块 A 与 P'

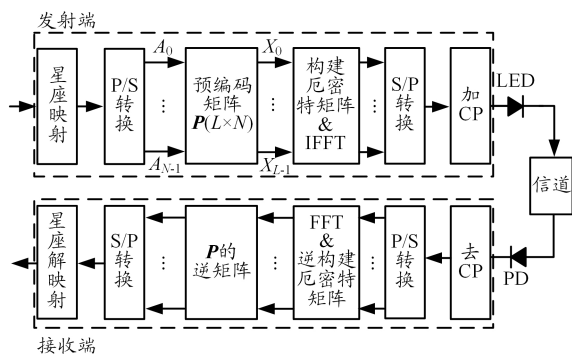


图 1 基于 PM 方法的 ACO-OFDM 系统框图

相乘时,从第 $N+1$ 行元素开始只需计算前 N_p 行元素与系数 G_i 的乘积即可得,从而降低计算复杂度。

适用于 GP 方法的预编码技术不仅有 DFT 预编码,还有 ZCT 预编码和 DHT 预编码^[13]。DFT 和 DHT 对应酉核元素公式分别如(5)、式(6)所示。

$$\{U_{\text{DFT}}\}_{i,m} = \exp[-j2\pi(im/N)] \quad (5)$$

$$\{U_{\text{DHT}}\}_{i,m} = \cos\left(\frac{2\pi im}{N}\right) + \sin\left(\frac{2\pi im}{N}\right) \quad (6)$$

2 DST-GP 方法

2.1 DST-GP 方法原理

GP 方法通过优化扩展部分计算从而降低计算复杂度,但不能直接适用于 DST 预编码技术。本文根据 GP 方法原理,将其改进以应用于 DST 预编码技术。

DST 是离散实变换一种,其酉核矩阵元素基于正弦函数。令 U' 表示原大小为 $N \times N$ 的 DST 预编码矩阵, U' 中西核元素公式为:

$$\{U'\}_{i,m} = \sin\left(\frac{(m+1)(i+1)\pi}{N+1}\right) \quad (7)$$

本文按照式(7)将 U' 扩展为 $L \times N$ 大小的非对称矩阵 T'' ,通过推导可得 T'' 中元素满足式(8)。

$$T''_{i,m} = \begin{cases} U'_{i,m}, & 0 \leq i \leq N-1, 0 \leq m \leq N-1 \\ 0, & i=N, 0 \leq m \leq N-1 \\ U'_{i-N-1,m}, & N+1 \leq i \leq L-1, m \text{ 为奇数}, 0 \leq m \leq N-1 \\ -U'_{i-N-1,m}, & N+1 \leq i \leq L-1, m \text{ 为偶数}, 0 \leq m \leq N-1 \end{cases} \quad (8)$$

即矩阵 T'' 的后 N_p-1 行奇数列元素为前 N_p-1 行奇数列元素的周期性扩展,后 N_p-1 行偶数列元素为前 N_p-1 行偶数列元素取负值后的周期性扩展。

令 P'' 为本文所提 DST-GP 方法的预编码矩阵,如式(9)所示。

$$P'' = G' T'' \quad (9)$$

由于 T'' 从第 $N+1$ 行开始周期性扩展,且第 $N+1$ 行元素为 0,则 G' 需要相应改进,如式(10)所示。

$$G'_i = \begin{cases} (-1)^i \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin\left[\frac{\pi(i+1)}{2(N_p-1)}\right], & 0 \leq i < N_p-1 \\ (-1)^i \sqrt{\frac{2}{N+1}}, & N_p-1 \leq i < N \\ (-1)^i \sqrt{\frac{2}{N+1}} \cos\left[\frac{\pi(i-N)}{2(N_p-1)}\right], & N+1 \leq i < L-1 \end{cases} \quad (10)$$

结合式(8)和式(9),可将 P'' 表示为:

$$P'' = \begin{bmatrix} G'_0 U'_{0,0} & G'_0 U'_{0,1} & \cdots & G'_0 U'_{0,N-1} \\ G'_1 U'_{1,0} & G'_1 U'_{1,1} & \cdots & G'_1 U'_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G'_{N_p-2} U'_{N_p-2,0} & G'_{N_p-2} U'_{N_p-2,1} & \cdots & G'_{N_p-2} U'_{N_p-2,N-2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ G'_{N-1} U'_{N-1,0} & G'_{N-1} U'_{N-1,1} & \cdots & G'_{N-1} U'_{N-1,N-1} \\ G'_N \cdot 0 & G'_N \cdot 0 & \cdots & G'_N \cdot 0 \\ -G'_{N+1} U'_{0,0} & G'_{N+1} U'_{0,1} & \cdots & \pm G'_{N+1} U'_{0,N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -G'_{L-1} U'_{N_p-2,0} & G'_{L-1} U'_{N_p-2,1} & \cdots & \pm G'_{L-1} U'_{N_p-2,N-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)中,后 N_p-1 行的第 N 列元素正负与 N 的奇偶性有关,若 N 为奇数则取负值,若 N 为偶数则取正值。

2.2 DST-GP 方法降低复杂度原理

本文所提出 DST-GP 方法流程图如图 2 所示。

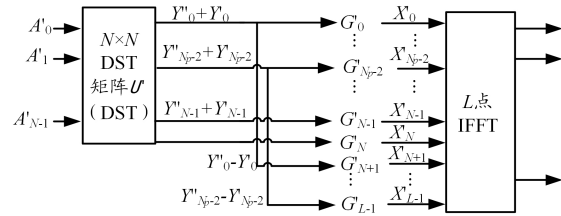


图 2 DST-GP 流程框图

图 2 中, $A' = [A_0, A_1, \dots, A_{N-1}]^T$ 为输入数据序列, $X' = [X_0, X_1, \dots, X_{L-1}]^T$ 为输出数据序列。

已知 $X' = P'' A' = G' T'' A'$, 令 $Y = Y' + Y'' = T'' A'$, 设 N 为偶数(N 奇偶性仅与 T'' 中后 N_p-1 行第 N 列元素正负有关),则 Y 可表示为:

$$Y = T'' A' = \begin{bmatrix} (U'_{0,0} A'_0 + \cdots + U'_{0,N-2} A'_{N-2}) \\ (U'_{1,0} A'_0 + \cdots + U'_{1,N-2} A'_{N-2}) \\ \vdots \\ (U'_{N_p-2,0} A'_0 + \cdots + U'_{N_p-2,N-2} A'_{N-2}) \\ \vdots \\ (U'_{N-1,0} A'_0 + \cdots + U'_{N-1,N-2} A'_{N-2}) \\ 0 \\ -(U'_{0,0} A'_0 + \cdots + U'_{0,N-2} A'_{N-2}) \\ \vdots \\ -(U'_{N_p-2,0} A'_0 + \cdots + U'_{N_p-2,N-2} A'_{N-2}) \end{bmatrix} + Y'$$

$$\begin{bmatrix} (U'_{0,1}A'_1+\cdots+U'_{0,N-1}A'_{N-1}) \\ (U'_{1,1}A'_1+\cdots+U'_{1,N-1}A'_{N-1}) \\ \vdots \\ (U'_{N_p-2,1}A'_1+\cdots+U'_{N_p-2,N-1}A'_{N-1}) \\ \vdots \\ (U'_{N-1,1}A'_1+\cdots+U'_{N-1,N-1}A'_{N-1}) \\ 0 \\ (U'_{0,1}A'_1+\cdots+U'_{0,N-1}A'_{N-1}) \\ \vdots \\ (U'_{N_p-2,1}A'_1+\cdots+U'_{N_p-2,N-1}A'_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Y''

图 2 的具体实现过程如下:

①将矩阵 U' 与 A' 相乘,如式(12)所示,将 U' 中每行奇数列元素与 A' 中对应奇数行元素的乘积和设为矩阵 Y'' 的前 N 行元素;将 U' 中每行偶数列元素与 A' 中对应偶数行元素乘积和设为矩阵 Y' 的前 N 行元素。 Y'' 和 Y' 前 N 行元素相加得到 Y 前 N 行元素。此步骤中有 N^2 次乘法运算和 $N \times (N-1)$ 次加法运算。

②矩阵 Y 第 $N+1$ 行元素为 0,后 N_p-1 行元素等于 Y' 的前 N_p-1 行每行元素取负值再与 Y'' 前 N_p-1 每行元素相加,得到 Y 的后 N_p 行元素。此步骤中有 $L-N-1$ 次乘法运算和 $L-N-1$ 次加法运算。

③ Y 与系数矩阵 G' 相乘得到输出序列 X' ,此步骤中有 L 次乘法运算。

3 PAPR 抑制性能结果分析

3.1 复杂度分析

本文分别用 $M(N)$ 和 $D(N)$ 表示 DST-GP 方法中乘法复杂度和加法复杂度:

$$M(N)=N^2+2L-N-1 \quad (13)$$

$$D(N)=N^2+L-2N-1 \quad (14)$$

定义 β 为冗余数据与输入数据之比 (β 一般不超过 100%)。

$$\beta=(L-N)/N=N_p/N \quad (15)$$

由式(15)可知,在已知 N 的情况下,扩展 L 越大, β 越大。

为了对比计算复杂度,将 DST-GP 方法相对于 PM 方法的乘法计算复杂度降低率(本文用 CM 表示)和加法计算复杂度降低率(本文用 CA 表示)分别定义如下:

$$CM=\left(1-\frac{\text{DST-GP 方法乘法复杂度}}{\text{PM 方法乘法复杂度}}\right) \times 100\% \quad (16)$$

$$CA=\left(1-\frac{\text{DST-GP 方法加法复杂度}}{\text{PM 方法加法复杂度}}\right) \times 100\% \quad (17)$$

PM 方法和 DST-GP 方法的计算复杂度对比如表 1 所示,乘法复杂度和加法复杂度不会随着 L 增大而迅速增大。

在 $N=64$ 且 L 分别取 80 和 96,即 β 分别为 25% 和 50% 时,对应的 CM 和 CA 对比如表 2、表 3 所示,对应 CM 分别为 18.1% 和 31.3%,对应

表 1 PM 方法和 DST-GP 方法中乘法复杂度和加法复杂度

方法	乘法复杂度	加法复杂度
PM	$L \times N$	$L \times (N-1)$
DST-GP	$N^2+2L-N-1$	$N^2+L-2N-1$

表 2 β 分别为 25% 和 50% 时 PM 方法和 DST-GP 方法乘法复杂度对比 ($N=64, L=80, 96$)

方法	β	乘法复杂度	降低计算量	CM
DST	—	4096	—	—
PM	25%	5120	—	—
	50%	6144	—	—
DST-GP	25%	4191	929	18.1%
	50%	4223	1921	31.3%

表 3 β 分别取 25% 和 50% 时 PM 方法和 DST-GP 方法加法复杂度对比 ($N=64, L=80, 96$)

方法	β	加法复杂度	降低计算量	CA
DST	—	4032	—	—
PM	25%	5040	—	—
	50%	6048	—	—
DST-GP	25%	4047	993	19.7%
	50%	4063	1985	32.8%

3.2 仿真结果及分析

本文利用 Matlab 仿真软件对 DST-GP 方法进行仿真,以验证其 PAPR 抑制性能。参数设置如下:子载波个数 $N=64$,采用正交相移键

控(QPSK)调制,过采样系数设为 4。在峰均比抑制的仿真图中, $PAPR_0$ 代表 PAPR 门限值,互补累计分布函数值 ($CCDF \text{ 值}=P_r[PAPR>PAPR_0]$) 用来衡量 PAPR 抑制性能。

当 β 分别取 12.5%、25%、37.5% 和 50% 时 DST-GP 方法的 CCDF 曲线图如图 3 所示。可以看出,CCDF 值为 10^{-4} 时,与 DST 方法相比,DST-GP 方法在 β 分别取 12.5%、25%、37.5% 和 50% 时 $PAPR_0$ 分别降低了约 0.46 dB、1.07 dB、1.48 dB 和 1.66 dB,相比于原始信号则分别降低了约 3.86 dB、4.47 dB、4.88 dB 和

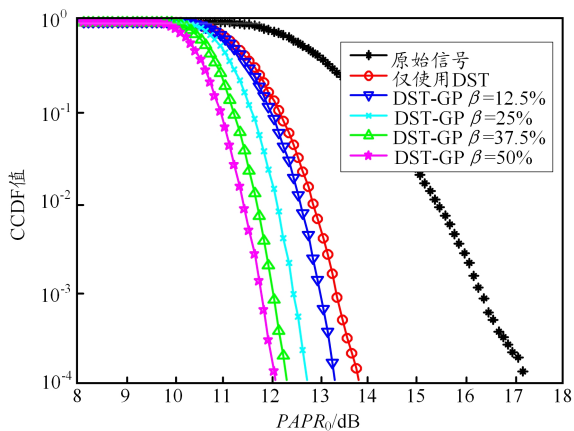


图3 $N=64$, β 取不同值时 DST-GP 方法和 DST 方法的 CCDF 曲线

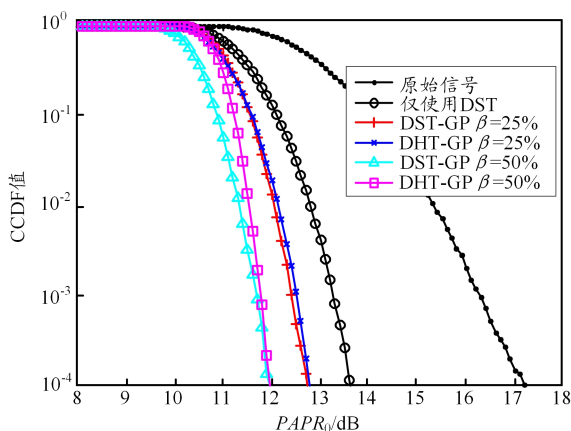


图4 $N=64$, β 取不同值时 DST-GP 方法和 DHT-GP 方法的 CCDF 曲线

5.06 dB,表现出较好的 PAPR 抑制性能。在 N 一定时, DST-GP 方法可通过调节扩展 L 的大小灵活调节 PAPR 抑制性能,随着 L 增大,DST-GP 方法的 PAPR 抑制性能随之提高,此时仅增加少量计算复杂度。

DST 预编码和 DHT 预编码都是离散实变换预编码技术,因此,将 DST-GP 方法 PAPR 性能和基于 DHT 的通用预编码(DHT-GP)方法进行横向比较。图4为 β 分别取 25%和 50%时 DST-GP 方法和 DHT-GP 方法的 CCDF 曲线图。

由图4可以看出, β 取值相同时,DST-GP 方法取得了和 DHT-GP 方法相近的 PAPR 抑制性能。仿真结果充分验证了 DST-GP 方法抑制 PAPR 性能。

4 结束语

PM 方法是抑制 ACO-OFDM 系统 PAPR 的有效

方法,但存在复杂度过高的缺点。本文重点研究了 GP 方法,并基于 DST 预编码技术将其改进,提出了一种 DST-GP 方法。该方法可通过调节数据扩展的大小灵活地调节 PAPR 抑制性能,并根据 DST、GP 方法原理优化了扩展部分的计算,其计算复杂度不会随着扩展部分增大而迅速增加。仿真结果表明:相比于 DST 方法,DST-GP 方法的 PAPR 抑制性能更佳,且复杂度提升较小;相比于 PM 方法,DST-GP 方法有效地降低了计算复杂度,可以在达到较好的 PAPR 抑制性能的同时兼顾计算复杂度,具有良好的优越性。

参考文献:

- [1] 迟楠,石蒙,牛文清,等. LiFi: 可见光通信技术发展现状与展望[J]. 照明工程学报, 2019, 30(1): 1-9.
- [2] 叶崇光,冯人海,毛陆虹. 采用 ACO-OFDM 调制新型可见光 - 射频识别标签系统[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2019, 31(1): 72-79.
- [3] 袁建国,辛雪琪,赵鑫鑫,等. 光 OFDM 系统中一种联合改进的低复杂度 PTS 峰均比抑制技术[J]. 半导体光电, 2019, 40(5): 708-713.
- [4] 李英善,段燕辉,王猛,等. 一种降低 OFDM 系统峰均比的循环反馈 SLM 方法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014, 26(1): 49-53.
- [5] WANG Z, QIU W. Secure Image Transmission over DFT-precoded OFDM-VLC systems based on Chebyshev Chaos scrambling [J]. Optics Communications, 2017, 100(397): 84-90.
- [6] FREAG H, HASSAN E S, EL-DOLIL S A, et al. New Hybrid PAPR Reduction Techniques for OFDM-Based Visible Light Communication Systems[J]. Journal of Optical Communications, 2018, 39(4): 427-435.
- [7] 王汝言,左琼华,吴大鹏,等. 一种联合正交带复用与限幅方法的 CO-OFDM 峰均比降低策略 [J]. 重庆邮电大学学报 (自然科学版), 2011, 23(4): 379-383.
- [8] WANG X, TJHUNG T T, NG C S. Reduction of peak-to-average power ratio of OFDM system using a companding technique[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 1999, 45(3): 303-307.
- [9] 袁建国,张锡若,刘书涵,等. 光 OFDM 系统中一种联合改进的 LC-SLM 峰均比抑制技术[J]. 半导体光电, 2018, 39(4): 558-562.
- [10] YANG L, SOO K K, LI S Q, et al. PAPR reduction using low complexity PTS to construct of OFDM signals without side information[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2018, 57(2): 284-290.
- [11] YAO Z, CHONG W, HONG Y, et al. Improved SLM peak-to-average ratio suppression method in visible light communication [J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(4): 916-920.
- [12] SLIMANE S B. Reducing the Peak-to-Average Power Ratio of OFDM Signals Through Precoding [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2007, 56(2): 686-695.
- [13] HSU C Y, LIAO H C. Generalised precoding method for PAPR reduction with low complexity in OFDM systems[J]. IET Communications, 2018, 12(7): 796-808.