引用本文：刘乾，张引发，王鲸鱼，等：基于大数据告警信息的光网络风险感知路由方法[J]. 光通信技术，2019，43(3)：44-49.

基于大数据告警信息的光网络风险感知路由方法

刘 乾，张引发，王鲸鱼，李 娟
（国防科技大学 信息通信学院，西安 710106）

摘要：光网络的业务传输安全问题一直是光网络运维管理工作的重点之一。基于光网络大数据告警信息，提出了一套光网络风险感知路由方法。首先，结合故障处理手册，将光网络告警进行定位，计算风险综合值；然后，通过模糊 C 均值聚类（FCM）方法对数据进行模糊聚类，定位模糊语言项；最后，采用熵权法结合风险综合值计算权重，调用最短路径算法寻路。仿真结果表明：该方法可以基于最近一周光网络实时告警状况，同时结合历史告警状况，感知网络风险，动态调整路由方案，规避风险点，找出源节点与目标节点间的风险最低路径。

关键词：光网络；大数据告警信息；熵权法；风险感知
中图分类号：TN915.62　**文献标识码**：A　**文章编号**：1002-5561(2019)03-0044-06
DOI：10.13921/j.cnki.issn1002-5561.2019.03.013　开放科学（资源服务）标识码（OSID）：

Optical network risk perception routing method based on big data alarm

LIU Qian, ZHANG Yinfa, WANG Jingyu, LI Juan
(School of Information and Communication, National University of Defense Technology, Xi'an 710106, China)

Abstract: The security of optical network service transmission has always been one of the focuses of optical network operation and maintenance management. Based on optical network big data alarm information, a risk perception routing method for optical networks is proposed. Firstly, combined with the fault handling manual, the optical network alarm is positioned to calculate the comprehensive risk value. Secondly, fuzzy C means clustering (FCM) is used to cluster the data and locate fuzzy linguistic items. Finally, the weight is calculated by entropy weight method, and the shortest path algorithm is used to find the way. The simulation results show that the system can sense the network risk according to the real-time alarm status of optical network in the last week, combine with historical warning, dynamically to adjust the routing scheme and avoid the risk points, finally get the lowest risk path between source and destination nodes.

Key words: optical network; big data alarm information; entropy weight method; risk perception

0 引言

光通信作为通信领域的重要通信方式之一，具有高速率、大容量的特点使其占据了当前通信领域的主流地位。但当传输出现问题时，极短时间内就会造成大量信息丢失，导致业务传输风险激增。在保密光通信领域，业务的传输风险问题一直是研究的重点。在现有研究中，光网络风险评估方法可分为 3 类：第一类是以层次分析[1]、模糊综合评估[2]和灰色系统理论[3]等为代表的综合定性评估方法，将不同风险要素进行综合分析，明确各指标与要素间的关系，依据专家经验进行人为打分评估风险。这种方法具有实现简单、评价系统全面和所需信息少等优点，但由于依赖专家经验，定性成分过多，所以评估不够客观。第二类是以仿真分析[4-5]为代表的定量评估，其建立在网络元件可靠性参数已知的基础上，通过对网络元件进行可靠性分析，模拟现实网络解析求解。这种方法适应性强，易于理解，而且可以方便地得出期望值以外的一系列数值结果和模糊分析结果，并能提供完整的可靠性描

收稿日期：2018-10-24。
基金项目：国家某项目（ZX-ZB-2016-003）资助。
作者简介：刘乾（1994-），男，山东济南人，硕士研究生，主要研究方向为光网络路径规划。曾参与国家某基金资助项目（光缆网保障能力风险预警响应机制研究、非自主可控关键软硬件安全风险评估）的研究。

述，在模拟过程中还可以考虑网络的保护和恢复[6]，但缺陷是无法模拟某些环境及人为因素带来的随机风险。第三类是基于数学的评估方法[7]，通过数学方法对可靠性进行理论分析和求解。这种方法理论性和适用性强，但计算量大，应用于大型网络时较复杂。在实际应用中，以上 3 类方法虽都具有各自的优势，但都未从光网络实际运维的角度出发，未考虑光网络的运行风险状况，无法实时感知光网络的风险变化并对其做出妥善应对。

大数据作为近年来的热门新技术，在数据挖掘和数据分析领域展现出巨大的优势，近年来在电力作业现场评估、安全评估等行业也逐渐得到应用[8,9]。因此，本文提出一种基于大数据告警信息的光网络风险感知路由方法。

1 路径规划模型

1.1 风险评估模型

在风险评估中，风险大小需由风险综合值确定[10]，即风险综合值=风险发生概率×风险影响，其计算公式如下：

$$R=P\times I \tag{1}$$

在本文模型中，定义风险发生概率 P 为某等级告警响应时间（即告警产生到告警消除所经历的时间）占业务传输时间的比例；风险影响度 I 为该告警的告警影响权重。

光网络告警共分为紧急、主要、次要和提示 4 种级别。级别不同对业务的影响程度也不同。本文设紧急告警为不同级别告警权重的对照基准，以对业务的影响程度为度量标准，根据国家某项目光网络建设实际情况和告警统计情况，并结合工程师经验，将不同级别的告警权重设立如下：

◆紧急告警：98%以上的紧急告警为 R_LOS 类告警。这类告警基本由断纤或激光器故障导致，使一对节点对间通信中断，影响两侧收发业务，以其为基准设立权重为 K。

◆主要告警：80%左右的主要告警为 AIS 告警。这类告警大都由对端高阶告警引起，站间穿通下发至本站，影响一侧收发业务。用这类 AIS 告警代表主要告警，因此权重为 $K\times0.5\times0.8=0.4K$。

◆次要告警：这类告警几乎全为误码类、劣化类告警，影响单个业务。当前光网络以波分复用（WDM）设备为主，每一个波道传输一种业务。假设网络设备波长复用数统计平均值为 x，冗余度为 y，则实际业务波道数为 $x\times(1-y)$。本文所用光网络波长复用数平均为 8，冗余率约 50%，正常情况下单侧传输业务的波道数为 4，因此权重为 $(1/4)\times0.4K=0.1K$。

◆提示告警：主要为远端告警指示类，其对业务影响极小，因此设立权重为 $0.005K$。

我们将权重采用十分制进行归一化处理（即 $K+0.4K+0.1K+0.005K=10$）。其权重结果如表 1 所示。

表 1 告警影响权重表

告警分类	告警影响权重
紧急	6.64
主要	2.66
次要	0.66
提示	0.04

1.2 数据的模糊划分

模糊 C 均值聚类（FCM）算法[11-12]是一种基于划分的聚类算法（即：将不同对象划分成不同的簇，使差异最大化从而加以区别），它的思想是使得被划分到同一簇的对象之间相似度最大，而不同簇之间的相似度最小。目前，FCM 算法已成为聚类分析领域的主流算法之一，在数据挖掘、大数据分析等领域被广泛应用。

本文假定数据集为 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，将其划分为 x 类，对应则有 x 个聚类中心 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_x\}$，样本 j 属于某一类别 i 的隶属度为 u_{ij}，则 FCM 目标函数及其约束条件为：

$$\min J=\sum_{i=1}^{x}\sum_{j=1}^{n}u_{ij}^{m}\left\|x_j-c_i\right\|^2 \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{x}u_{ij}=1,\ j=1,2,\cdots,n \tag{3}$$

我们使用拉格朗日乘数法将式(2)代入式(1)，求导取目标函数最小值，得：

$$u_{ij}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{x}\left(\frac{\left\|x_j-c_i\right\|}{\left\|x_j-c_k\right\|}\right)^{\left(\frac{2}{m-1}\right)}} \tag{4}$$

$$c_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(x_j u_{ij}^{m}\right)}{\sum_{j=1}^{n}u_{ij}^{m}} \tag{5}$$

u_{ij} 和 c_i 相互迭代，在此期间目标函数 J 趋向稳定。当 J 不再变化时，可认为 J 取得最小值。

本文将数据划分为高、中、低 3 个语言项，取隶属度值为 0.5 作为分界值对隶属度函数划定模糊语言项。当隶属度 $u_{ij}\in(0.5,1)$，认定其属于对应的语言项，例如：某特征量的隶属度 $u_{ij}=(0.982296,0.013797,0.003906)$，对应的模糊语言项为（高、中、低）。

1.3 网络服务质量(QoS)

QoS是判断一个网络能为客户提供何种程度服务的重要指标，实时体现着网络的运维状况。QoS越高，网络应对故障能力越强；业务传输风险越低，QoS越低；网络应对故障能力越弱，业务传输风险越高。根据运营商制定的服务等级协议规范(SLA)[13]，QoS根据故障平均响应时间进行定义，共划分为金、银、铜和标准4个等级，对应故障平均响应时间为1h、2h、4h和8h。

1.4 告警定位规则

告警定位是根据已知信息，定位告警产生原因。在光网络运维管理系统的告警管理模块中，告警信息会由网管系统整合推送给网络运维人员，通常一个告警会有多种告警原因，常见紧急告警(R_LOS告警)的原因有：①断纤；②线路衰耗过大；③本端单板接收方向故障；④对端站发送部分故障，线路发送失效。其中，告警概率最高的为断纤，由于处于室外且情况复杂，通常恢复时间较长，因此可以根据网络规模大小和故障记录为告警持续时间设置阈值(本文所用光网络站间距离平均在百千米内，故障记录统计显示光纤故障排除时间均在1h以上，因此阈值设为1h)；当持续时间高于阈值时，可判断其为断纤引起。结合故障处理手册和业务连接关系，所有告警都按其最大可能的原因进行定位，但由于这种方式本身存在一定误差，所以我们将告警定位原因模糊化，仅归为光纤和站点两点，从而降低误差。根据设备故障处理手册[14]提取出相应的告警定位条件，并结合网络业务连接关系，即可将告警定位至各个光纤和站点。

1.5 算法流程

本文将算法流程分成5步：

①数据处理。首先，建立包含光网络历史告警数据和故障数据的历史数据库，将其中的告警数据按周划分为不同样本，通过告警定位规则进行定位，按照式(1)计算风险综合值；然后，选取数据库中同时期故障数据进行处理：将一周的告警数据进行处理，制成样本如表2所示，即每个样本包括一周的告警数据，计算各样本故障平均响应时间，划定各样本的QoS。

表2 样本示例表

样本	光纤风险综合值	站点风险综合值	QoS
1	32.1	12.3	标准

②通过FCM方法将各样本的风险综合值进行模糊聚类，并根据各样本的隶属度定位其语言项，形成事件集如表3所示。

表3 事件集示例表

样本	光纤风险综合值	站点风险综合值	QoS
1	高	中	标准
2	高	高	标准
…	…	…	…

③采用熵权法[15-17]理论，可得某条件指标 X 的权重 W_X 如下：

$$W_X=\frac{1-\sum_{t=1}^{TN}H(Y|T=t)}{\sum_{X=1}^{n}\left(1-\sum_{t=1}^{TN}H(Y|T=t)\right)} \tag{6}$$

其中，W_X 是某项指标 X 的权重，本文中 X 共有2种，即光纤/站点风险综合值，n 代表 X 的数量(n=2)；Y 代表网络QoS；H 代表条件概率；由于光纤/站点风险综合值均存在高、中、低3种选择，因此，T 代表条件指标“光纤/站点风险综合值高/中/低”，t 代表该条件指标的一种，TN 代表 t 的数量(TN=3)。同时，将事件集按式(6)处理，得出光纤、站点风险对于网络QoS的历史风险权重 G_q、Z_q。

④在进行路径规划时，将前一周的告警数据根据定位规则进行定位，计算各网络元素(光纤和站点)的当前风险综合值 R_i，再根据元素类型不同分别计算光纤和站点的综合风险权重分别为：

$$\begin{cases} q_{(G)i}=\left(R_{(G)i}/\sum_{i=1}^{n}R_i\right)\times G_q \\ q_{(Z)i}=\left(R_{(Z)i}/\sum_{i=1}^{n}R_i\right)\times Z_q \end{cases} \tag{7}$$

其中，i 代表该网络中某个光纤或节点。

⑤将综合风险权重作为各网络元素的风险系数，调用Dijkstra算法路由，输出路由结果。每过一周，将此周的告警数据加入历史数据库，执行步骤①~④，更新光纤、站点权重。

系统算法流程如图1所示。可以看出，光纤、站点的历史风险权重 G_q、Z_q 是通过历史告警数据计算得出，反映了光网络的历史风险状况；当前风险综合值 R_i 由前一周告警数据得出的，反映光网络的实时风险状况。因此，综合风险权重 q_i 结合了当前告警和历史告警，即以当前告警为主，历史告警为辅，能较好地反映光网络的风险状况。此外，光纤、站点的历史风险权重 G_q、Z_q 会随着每周新数据的加入而动态更新，各节点和链路的当前风险综合值 R_i 则每周更新一次。因此，路由规划方案会以最近一周内网络风险状况为

主,结合历史风险状况动态调整,从而尽可能地规避风险。该过程使得算法具有根据不断加入的数据自我更新和学习的能力,是一种自学习的动态路由算法。

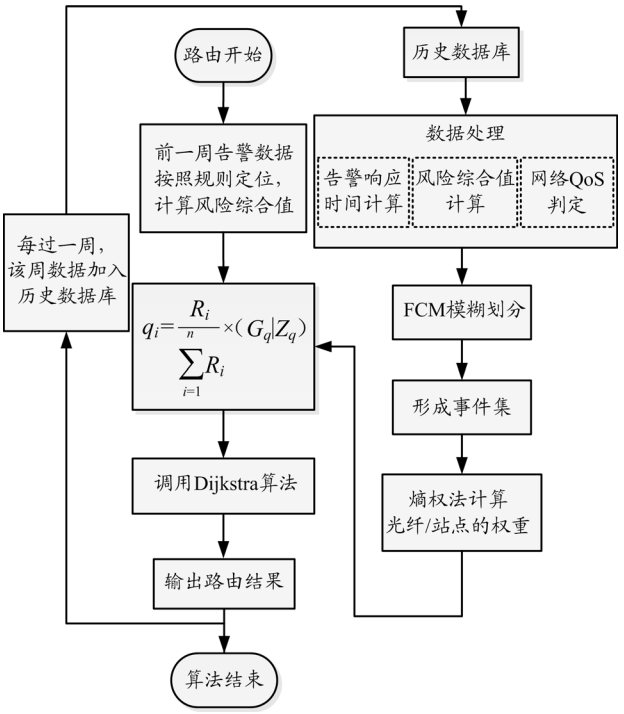

图 1 算法流程图

2 实验及验证

2.1 数据采集及处理

本文选取光网络共 24 周告警数据,用前 21 周数据建立历史数据库,其余 3 周作为路径规划测试数据,并按照算法流程进行数据处理。经 FCM 划分后,事件集如表 4 所示。

表 4 事件集表

样本(周)	光纤风险综合值	站点风险综合值	QoS	样本(周)	光纤风险综合值	站点风险综合值	QoS
1th	高	高	标准	13th	低	低	银
2th	高	高	标准	14th	低	中	铜
3th	低	中	铜	15th	高	高	标准
4th	低	中	银	16th	高	中	标准
5th	低	低	金	17th	低	中	铜
6th	低	中	银	18th	高	低	标准
7th	低	中	金	19th	低	低	金
8th	低	低	银	20th	低	中	铜
9th	低	中	铜	21th	低	低	银
10th	低	中	银	22th	高	中	标准
11th	低	低	银	23th	低	中	金
12th	低	低	金	24th	高	中	标准

实验所用光网络 3 层拓扑结构如图 2 所示。

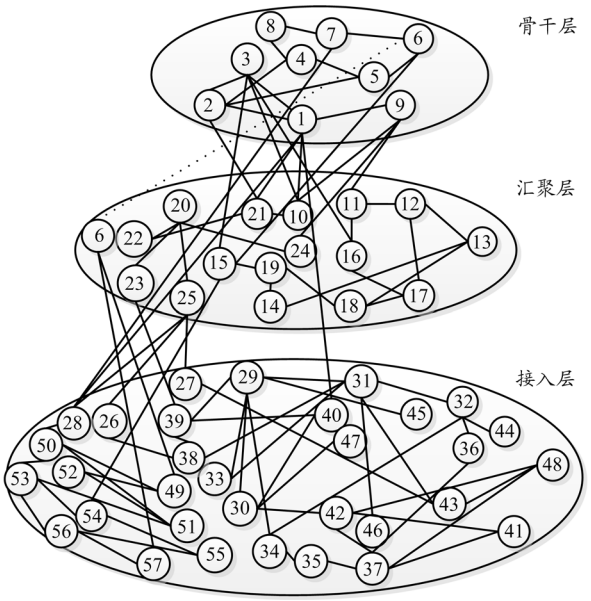

图 2 实验光网络拓扑图

2.2 实验结果及分析

我们共进行了 3 个实验,并分别对实验结果进行分析。

实验一:历史风险权重设立方法科学性检验。为了检验本文所提出的历史风险权重设立方法的科学性,我们根据式(6)对表 4 进行计算。从第 11 周开始,光纤和站点的历史风险权重变化趋势如图 3 所示。可以看出,从第 11 周开始,随着样本的不断增加,光纤/站点的权重随之不断波动。光纤历史风险权重在 15th、16th、18th、22th 和 24th 周时,风险权重都有不同程度的提升,且由表 4 可知,由于这几周加入的光纤风险综合值为“高”,因此提升了光纤风险权重的占比,而其它时间点光纤风险综合值为“低”,曲线呈缓慢下滑的趋势。站点历史风险权重变化曲线由于有

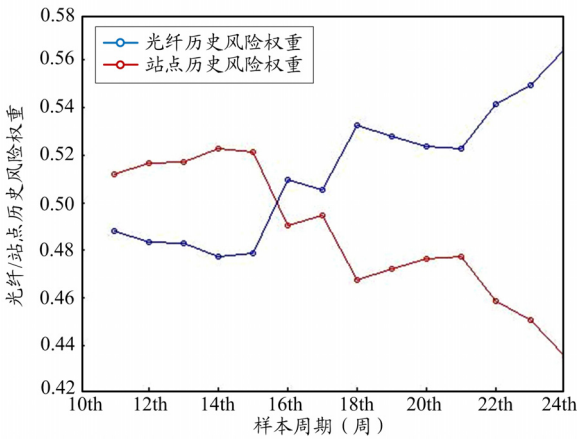

图 3 光纤/站点历史风险权重变化趋势图

高、中、低 3 个语言项，所以变化趋势不如光纤历史风险权重变化曲线明显，但总体仍符合该趋势。因此，本文提出的权重确立方法能够根据不断加入的数据动态调整权重大小，可以较好地反映历史时间段内光网络的风险变化。

实验二：规划路径风险最低检验。为了检验用本文方法规划出的路径是否为风险最低的路径，我们进行次优对照实验，并结合相关告警和网络故障记录进行分析。随机选择2 对不同节点对，计算前 K 优路径（K–Path），K 取值为 5，K–Path 算法采用背离路径 K 路由算法[18]，时间为第 23 周，实验结果如表 5 所示。可以看出，对照同一节点对间的 K–Path 风险状况，在同一节点对间的 K–Path 中，风险系数越高，对应路径上的故障数越多；在同一节点对间的不同 K–Path 中，具有不同风险系数的路径有时具有相同数量的故障，但风险系数较高的路径通常高阶告警持续时间较长。这是由于当某次故障发生后，业务相关站点虽没有故障产生但会上报相关告警，这些告警会对站点业务产生影响，因此，当路径经过这些站点后，路径的风险系数也会提高。

综上所述，在某一节点对间多条路径中，用本文方法规划出的风险最低路径上的故障数最少，且相关告警持续时间最短。

实验三：风险感知性能检验。为了检验用本文方法规划出的路径是否能实时感知光网络风险变化，我们选取实验二中所选节点分别在对第 23、第 24 和第 25 周进行寻路实验，实验结果如表 6 所示。可以看出，2 对节点对间的风险最低路径会随着时间不断变化。这是由于光网络每天都会产生数以千计的告警，这些告警发生在不同位置，影响不同节点和链路的风险系数，因此，同一对节点间每周的风险最小路径都会发生变化。虽然 1–19 节点对间的风险最小路径风险系数变化不大，但始终在波动，这是由于算法在根据光网络的风险状况自动调整，从而寻找出风险最低的路径；而 4–21 节点对间风险最小路径的风险系数则在25 周出现了较大提升，这说明在第 24 周时，节点附近发生了严重的事故影响，多个节点和链路的网络出现故障。例如，某段链路断纤导致节点对间的风险系数激增。为了验证推测的正确性，查询故障记录，发现图 2 中 16 号光缆（即 4–5 节点对间）于 2017 年 6 月 26 日由于地方施工导致断纤，历时 71min 才恢复，其相关业务节点告警信息如表 7 所示。

从表 7 可以看出，4 号网元上报了 R_LOS 告警，5 号网元随后也上报

表 5 K–Path 实验结果

源节点	目标节点	K–Path 路径号	路径	路径风险系数	故障/异常数	相关告警持续时间统计(h)			
						紧急	主要	次要	提示
4	21	Path1	4,2,21	0.0600	2	0.63	1.41	3.11	0.00
		Path2	4,2,3,1,21	0.0637	3	0.63	1.63	3.59	0.00
		Path3	4,5,2,3,1,21	0.0637	3	0.63	1.62	3.61	0.00
		Path4	4,5,2,21	0.0741	3	0.63	1.66	3.82	0.00
		Path5	4,5,6,15,3,1,21	0.0814	3	0.63	2.01	3.82	0.00
1	19	Path1	1,3,15,19	0.0628	2	0.48	1.77	3.62	0.00
		Path2	1,21,2,4,5,6,15,19	0.0881	2	0.69	2.81	4.18	0.00
		Path3	1,3,2,5,6,15,19	0.0918	3	0.69	3.01	4.24	0.00
		Path4	1,3,2,4,5,6,15,19	0.0918	3	0.69	3.01	4.24	0.00
		Path5	1,21,2,4,5,6,15,19	0.1367	4	0.69	5.21	6.67	0.00

表 6 风险最低路径实验结果

源节点	目标节点	周数	G_q	Z_q	路径	路径风险系数
1	19	23th	0.5413	0.4587	1,13,15,19	0.0628355
		24th	0.5493	0.4507	1,2,5,6,15,19	0.0798310
		25th	0.5648	0.4352	1,28,50,51,53,54,15,19	0.0376474
4	21	23th	0.5413	0.4584	4,2,21	0.0600261
		24th	0.5493	0.4507	4,5,2,21	0.0755780
		25th	0.5648	0.4352	4,8,7,28,1,9,24,20,22,21	0.2251400

表 7 相关告警情况

网元名称	告警类型	告警名称	主要	是否影响业务	告警开始时间	告警恢复时间	告警描述
4	通信	R_LOS	紧急	SA	Mon Jun 26 16:01:30 2017	Mon Jun 26 17:12:30 2017	接收线路侧信号丢失
5	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:02:17 2017	Mon Jun 26 17:12:35 2017	AU 告警指示
5	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:02:17 2017	Mon Jun 26 17:12:31 2017	AU 告警指示
6	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:02:21 2017	Mon Jun 26 17:12:41 2017	AU 告警指示
6	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:02:22 2017	Mon Jun 26 17:12:41 2017	AU 告警指示
8	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:01:32 2017	Mon Jun 26 17:12:37 2017	AU 告警指示
8	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:01:34 2017	Mon Jun 26 17:12:37 2017	AU 告警指示
8	通信	AU_AIS	主要	SA	Mon Jun 26 16:02:01 2017	Mon Jun 26 17:12:40 2017	AU 告警指示

AU_AIS 告警,持续时间大约 70min。查询故障处理手册,可知 AU_AIS 是由 R_LOS 告警引发,因此可判断 4–5 节点对间发生了断纤故障,与网络故障记录匹配。该故障使得 4–5 节点对间链路风险系数大大提高,在第 25 周路径规划时算法避开了 4–5 节点间的链路,从而降低路径风险。但由于与 4 号网元相连的其它下游网元(6 号、8 号网元等)也都上报了由 R_LOS 告警引发的低阶告警,导致其风险系数也有较高的提升,所以 4–21 节点第 25 周的风险最小路径的风险系数较前一周有较大提升。

因此,本文路径规划方法既可以感知光网络风险变化状况,又可以自动调整路由方案,规避严重风险点,从而找出源节点与目标节点间风险最低路径。

3 结束语

本文基于光网络告警大数据,提出了一种风险感知的光网络路由方法。该方法以 Dijkstra 算法为基础,可以找出任意源宿节点对间的风险最低路径,并给出风险系数。实验结果表明:该方法能结合历史风险与当前风险,感知风险状况的实时变化,并随其动态调整,从而寻找到节点对间风险最低的路径。该路径在此节点对间的所有路径中发生故障数最少,当其与次优路径故障数相同时,其相关告警持续时间最短。本研究解决了当前光网络中通信业务安全传输问题,为网络运维人员进行网络规划和资源调配提供了一种新思路。

参考文献:

[1] DENG X, DENG Y. D-AHP method with different credibility of information[J]. Soft Computing, 2017(7): 1–9.

[2] 赵刚, 刘换. 基于多层次模糊综合评判及熵权理论的实用风险评估[J]. 清华大学学报(自然科学版),2012,52(10):1382–1387.

[3] 刘思峰,胡明礼,FORREST J,等. 灰色系统模型研究进展[J]. 南京航空航天大学学报,2012,29(2):103–111.

[4] 丁慧霞,赵百捷,杨储华,等. 基于 FMECA 的电力通信网运行风险评估方法[J]. 光通信技术,2017,41(5):5–8.

[5] 冯萍慧,连一峰,戴英侠,等. 基于可靠性理论的分布式系统脆弱性模型[J]. 软件学报,2006(7):1633–1640.

[6] 樊鹤红. 光通信网络可靠性评估模型及应用:中国电子学学会. 全国第十三次光纤通信暨第十四届集成光学学术会议论文集[C]. 北京:中国电子学会通信学分会,2007.

[7] 何明,权冀川,郑翔,等. 基于二元决策图的网络可靠性评估[J]. 控制与决策,2011,26(1):32–36.

[8] 王斐,林杰,黎颖,等. 基于大数据的电力行业现场作业风险评估方法研究[J]. 价值工程,2018,37(33):1–4.

[9] 王扬. 基于大数据的实验室安全风险评估 [J]. 现代电子技术,2018,41(8):113–115,120.

[10] 彭静,卢继平,汪洋,等. 广域测量系统通信主干网的风险评估[J]. 中国电机工程学报,2010,4(30):84–90.

[11] 陈丽萍. 模糊 C- 均值聚类的研究[D]. 河北:燕山大学,2009.

[12] 文传军,汪庆淼. 广义多变量模糊 C 均值聚类算法[J]. 计算机工程与科学,2017,39(11):2153–2160.

[13] 中国移动集团. 中国移动集团客户网络服务等级协议 (SLA) 规范 2013 修订版[S]. 北京:中国移动有限公司网络部,2013:14.

[14] 华为技术有限公司. OptiX2000+ 系列设备故障处理手册[Z]. 深圳:华为技术有限公司,2010.

[15] 顾兆军,辛倩. 熵权神经网络的信息系统安全评估[J]. 计算机工程与设计,2018,39(7):1856–1860.

[16] 熊宁欣, 王应明. 基于改进模糊熵和证据推理的多属性决策方法[J/OL].计算机应用:1–7[2018-10-19]. http: //kns.cnki.net/kcms/detail/51.1307.TP.20180521.1440.008.html.

[17] 郭金维,蒲绪强,高祥,等. 一种改进的多目标决策指标权重计算方法[J]. 西安电子科技大学学报,2014,41(6):118–125.

[18] MARTINS E Q V, PASCOAL M M B. A new implementation of Yen's ranking loopless paths algorithm [J]. Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies, 2003, 1(2): 121–133.